ESTADÍSTICA BÁSICA E INTRODUCCIÓN AL DISEÑO EXPERIMENTAL

CONCEPTOS BÁSICOS

HUGO ROLANDO SÁNCHEZ QUISPE

ESTADÍSTICA BÁSICA E INTRODUCCIÓN AL DISEÑO EXPERIMENTAL

CONCEPTOS BÁSICOS

HUGO ROLANDO SÁNCHEZ QUISPE 1

ESTADÍSTICA BÁSICA E INTRODUCCIÓN AL DISEÑO EXPERIMENTAL

CONCEPTOS BÁSICOS

HUGO ROLANDO SÁNCHEZ QUISPE

Ediciones UO

Edición y Composición: Yamilka Pérez Joa
Diseño de cubierta: Yoel Cipriano Castelnaux y Lidia de las Mercedes Ferrer Tellez

ISBN: 978-959-207-775-1

Ediciones UO
Ave. Patricio Lumumba No. 507, e/ Ave. de Las Américas y Calle 1ra, Reparto Jiménez.
Consejo Popular José Martí Norte. Santiago de Cuba, Cuba. CP: 90500
Telf.: +53 22644453
e-mail: jdp.ediciones@uo.edu.cu
edicionesuo@gmail.com

INTRODUCCIÓN

La investigación a nivel mundial se visto reflejado en varios ámbitos en donde se puede evidenciar una gran cantidad de datos, estos datos son recopilados usando técnicas específicas de muestreo a través de un diseño experimental planteado por el investigador. Ante estos datos una de las ramas importantes para poder realizar una discusión con fundamentos es la estadística, cuyo propósito es analizar estos datos mediante la valoración de algunos parámetros.

El diseño experimental y la estadística actualmente son herramientas indispensables en el ámbito de la investigación sea en las ciencias de la vida, ciencias exactas, ingeniería, entre otras. Estos métodos a más de facilitar el ordenamiento de información, prevén mecanismos para realizar inferencias más confiables mediante la recopilación de datos in situ o por revisión bibliográfica, haciendo que se pueda entender de una manera adecuada el mundo que nos rodea.

Uno de los inconvenientes detectados en el entorno de enseñanza-aprendizaje de esta rama de las ciencias exactas son el desconocimiento o la confusión de algunos conceptos fundamentales al momento de plantear un problema y su posterior análisis, haciendo que la interpretación sea considerada compleja.

El objetivo del presente texto es conceptualizar lo más relevantes en la materia de estadística y diseño experimental, de tal forma que el lector pueda interpretar de una manera clara y coherente los fundamentos de la estadística y a aplicación del diseño experimental en su formación y la formulación de temas de investigación.

A lo largo de este viaje, tomaremos temas fundamentales como la descripción de población, muestra, tipos de variables, representación y distribución de datos, medidas de tendencia central, dispersión, así mismo algunos conceptos fundamentales sobre el diseño experimental, su clasificación para casos sencillos, cada una de estas temáticas serán explicadas mediante aplicaciones de conceptos, aprendiendo como aplicar estas herramientas en la vida real con decisiones más coherente y fundamentadas.

CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA

La estadística es una rama muy amplia en el campo de las ciencias exactas, que en primera instancia me ayuda a organizar un conjunto de datos que pueden ser recalentados en campo o resultaron de una revisión bibliográfica para poder analizarlos con la finalidad de interpretarlos, concluyendo con respuestas ante un problema dado.

Población

La población es el universo de datos o individuos a la cual se van a estudiar, sin embargo, en algunos casos no se puede trabajar con todos por algunas situaciones entre las cuales tenemos el costo computacional o la dificultad que resultarían estudiar a cada unidad.

Muestra

En estadística la muestra se considera como el subconjunto de la población cuyo tamaño dependerá de la investigación, considerando que mientras más tamaño de muestra debe ser representativa y adecuada para lo cual se usan algunas técnicas de muestreo.

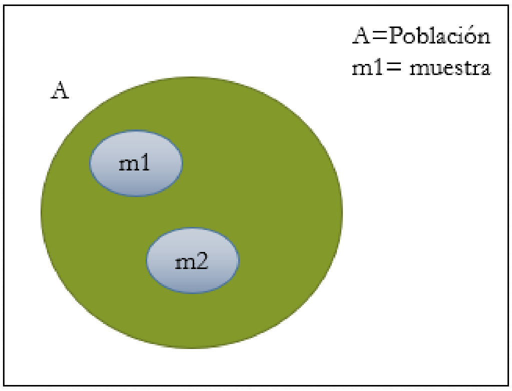


Figura 1. Descripción de población y muestra. **Fuente:** autor (2024).

En la figura anterior podemos apreciar la diferencia entre la población y muestra estadística, donde A podría representar el estudio de rendimiento académico en una universidad, mientras que m1 o m2 representaría una muestra en rendimiento académico especifico de la universidad por, ejemplo, un paralelo.

Censo

El censo es el procedimiento que el investigador realiza mediante encuestas, entrevistas u otra metodología con el fin de recopilar, analizar, evaluar y difundir la información de una población o muestra. Sin embargo, se debe analizar la factibilidad de realizar el censado de un caso en particular que se esté analizando para lo cual se pude considerar las siguientes pautas.

- El coste que representa realizar el censo
- Cuando se tenga una población infinita, es imposible realizar el censo.
- Si se tiene un proceso de deterioro es irrelevante o innecesario realizar el censo.
- Los errores sistemáticos y sesgos que surgen durante el proceso de organización deben ser considerados para el muestreo.
- El proceso de censado no provee un margen de error para el proceso.

Muestreo

Técnica estadística que utiliza algunos mecanismos para poder elegir la muestra a través de una población finita o infinita, estimando parámetros para la comprobación de una hipótesis, en el proceso de muestreo los elementos se pueden seleccionar al azar produciendo una medida probabilística, así mismo requiere de destreza por parte del investigador a la hora de determinar:

- Selección de elementos del caso investigativo
- Estimadores adecuados para el estudio
- Un tamaño de muestra adecuado

Así mismo podemos citar algunas ventajas de realizar un muestreo correcto:

- Ahorro en tiempo y económicamente aun en poblaciones de gran tamaño.
- Permite analizar casos individuales con más detalles e información adecuada
- Es de gran ayuda con cuando se tienen poblaciones grandes y el proceso de censado excede las posibilidades del investigador.
- El procesamiento de datos es más rápido.

Muestreo aleatorio simple (MAS)

En el muestreo aleatorio simple todos los individuos tienen la posibilidad de ser elegidos para ser parte del estudio, ejemplo, estado civil de los presentes en un evento**.**

Muestreo aleatorio estratificado (MAE)

Como su nombre lo menciona, su principio se base tener estratos separados o grupos con la finalidad de una correcta clasificación al momento de estudiar el caso de investigación, ejemplo, estudio de igual de oportunidad de ascenso laboral en una empresa; en este caso se pude crear grupos, (hombre, mujeres, personas con capacidades especiales, etc.)

Muestreo sistemático (MS)

Para este tipo de muestreo, se utiliza un etiquetado o numeración a cada uno de los individuos de la muestra, de tal forma que si elegimos una etiqueta o numeración a partir de ahí se seleccionamos siguientes con un intervalo frecuente, ejemplo, se muestran marcas de jabones de una línea de producción cada 30 unidades.

Muestreo por conglomerados (MPC).

El muestro por conglomerados utiliza los grupos que naturalmente están ya divididos con una alta representatividad en relación con la problemática o caso de estudio, el método puede estudiar todos los grupos o un porcentaje de ellos, ejemplo, los profesores universitarios desean estudiar las características de los marcadores (distintas marcas), usados para el dictado de clases.

Muestreo Discrecional

A criterio del investigador los elementos son elegidos sobre lo que él cree que pueden aportar al estudio (Ventajas, 2023).

Parámetro

Es el dato o los datos de la investigación, que son imprescindibles para poder analizar la investigación evaluando y valorando la misma.

Un parámetro estadístico o simplemente un estadístico muestral es cualquier valor calculado a partir de la muestra, como por ejemplo la media, varianza o una proporción, que describe a una población y puede ser estimado a partir de una muestra (INEC, 2022).

Ejemplo

La media de la altura de todos los adultos en un país. Este es un parámetro porque se refiere a una característica medible de toda la población de adultos en el país (la altura) y el valor verdadero que describe esa característica (la media de todas las alturas). Es un valor único y exacto que se obtendría si se midiera la altura de cada adulto en el país.

Clasificación de la estadística.

La estadística según el tratamiento tipo de datos se clasifican en estadística descriptiva y estadística inferencial.

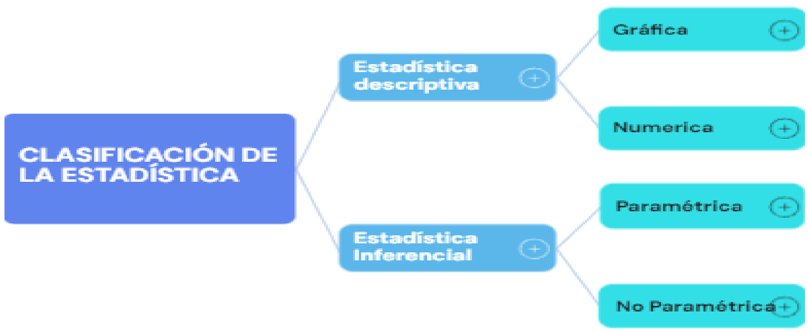


Figura 2. Clasificación de la estadística. **Fuente:** autor (2024).

Estadística descriptiva

Cuando se habla de estadística descriptiva, se refiere al conjunto de técnicas usadas para organizar los datos recolectados en campo o mediante revisión bibliográfica de datos, la organización de estos valores se da mediante el uso de tablas de frecuencia, graficas de barras, histogramas, diagramas de pasteles, etc., facilitando su comprensión.

La función de la estadística descriptiva es realizar una descripción de las características más importantes del conjunto de datos como el promedio, mediana, desviación estándar entre otras, obteniendo un enfoque más claro sobre los datos recolectados.

Ejemplo: En la universidad se realiza un estudio sobre el color de ojos, teniendo resultados, de un 20% con color marrón, 30% colores obscuros, 50 % de color verde. En este ejemplo se puede evidenciar que se describe la cualidad a través de la frecuencia del color de ojos.

Figura 3. Descripción de población y muestra. **Fuente:** autor (2024).

Estadística inferencial

La estadística inferencial a diferencia de la estadística descriptiva, permite analizar la información a través de inferencias sobre las muestras, que posteriormente son demostradas. Para obtener mejores resultados al aplicar la estadística inferencial se puede seguir los siguientes pasos.

- Uso de técnicas adecuadas al problema que se requiera estudiar mediante modelos estadísticos matemáticos válidos.
- El tamaño de muestra debe ser el adecuado.

El término más común cuando se trabaja con estadística inferencial, es la inferencia estadística, el cual es considerado como un conjunto de técnicas para inducir, a partir de cierta información proporcionada por la muestra, cual es el comportamiento de la población considerando un el riesgo del error, cuyo valor es medible de manera probabilística.

En la siguiente tabla podemos observar un resumen general haciendo la diferencia entre la estadística descriptiva e inferencial, en donde se puede apreciar varios factores, su forma de expresarse, representación, análisis y conclusión en un ejemplo aleatorio, sin embargo, es necesario recalcar que el tamaño de muestra es fundamental para la obtención de valores mas cercanos a la realidad, permitiendo una conclusión más idónea.

Tabla 1. Comparativa entre la estadística Inferencial e inferencial

Aspecto	***Estadística Descriptiva***	***Estadística Inferencial***
Propósito	Resumen y descripción de datos	Hacer inferencias sobre poblaciones a partir de muestras
Datos utilizados	Datos observados y recopilados	Muestra de datos
Objetivo principal	Resumir, organizar y visualizar datos	Estimar parámetros poblacionales comprobando hipótesis
Resultados típicos	Medidas de tendencia central, dispersión y gráficos	Estimación de parámetros, intervalos de confianza y prueba e hipótesis
Población vs muestra	Se aplica a toda la población de datos	Se aplica a una muestra de la población
Tamaño de muestra	No es necesario un tamaño de muestra específico	el tamaño de muestra es crítico para la precisión
Ejemplo práctico	Calcular el promedio de las calificaciones en una clase	Estimar el promedio de calificaciones en una población a partir de una muestra
Riesgo de error	Menos propenso a errores debido a que trabaja con datos completos	Puede haber error de muestreo y otros errores debido a la extrapolación de resultados de la muestra a la población
Ejemplo de resultado	El promedio de edades de un equipo de fútbol es 22 años	Con un 95 % de confianza, se estima que el promedio de edades de un equipo de futbol es entre 20 y 22 años

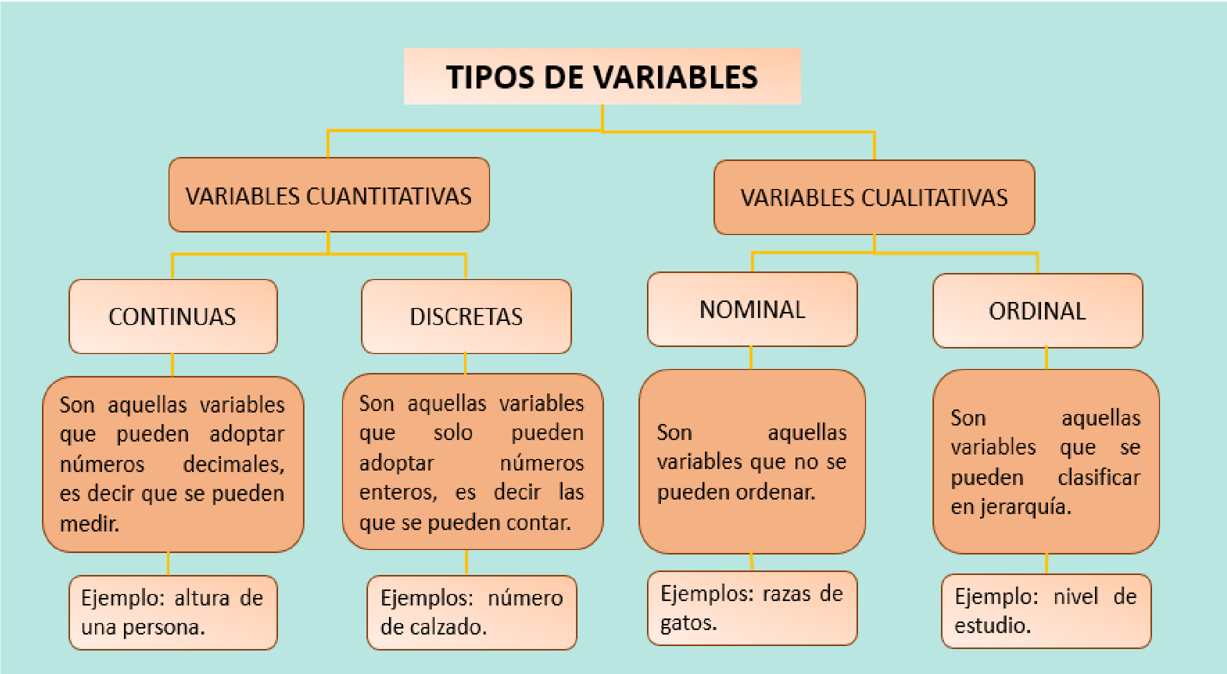
Variables estadísticas.

Que es una variable

Las variables son fenómenos que se desean estudiar para llegar a un resultado. Entonces se puede decir que las variables son cualidades de interés dentro de un estudio.

Tipos de variables

Figura 4. Clasificación de las variables. **Fuente**: autor (2024)



Ejemplos:

Variables cuantitativas discretas.

- Cantidad de peces en una piscina.
- Número de personas en una familia.
- El número de canales de televisión que tienes en casa.
- Cantidad de empleados que trabajan en una tienda.
- Número de libros vendidos cada mes en Amazon.

Variables cuantitativas continuas.

- La estatura de tu mejor amigo.
- Volumen de agua en una piscina.
- La velocidad a la que va un tren.
- El peso de una persona.
- Longitud en centímetros de un tenedor.

Variables cualitativas ordinales.

- Los puestos de un concurso de baile.
- La calificación de una monografía.
- La calidad de atención al cliente según la opinión de los clientes.
- Los puestos en un proyecto.
- El nivel de estudio alcanzado.

Variables cualitativas nominales.

- Los deportes que practican los jóvenes.

- Las salas de los museos.
- Las actividades económicas de un país.
- Las carreras universitarias escogidas.
- Los vecindarios en los que viven las personas.

Escalas de medición.

Una escala de medición es el conjunto de los posibles valores que una cierta variable puede tomar. También considerado como un continuo de valores ordenados, que admite un punto inicial y otro final. Las escalas o niveles de medición se utilizan para medir variables o atributos. Por lo general, se distinguen cuatro escalas o niveles de medición: nominal, ordinal, discreto y continuo. Las dos primeras (nominal y ordinal) se conocen como escalas categóricas, y las dos últimas (discreta o continuas) como escalas numéricas. Las escalas categóricas se usan comúnmente para variables cualitativas, mientras que las numéricas son adecuadas para la medición de variables cuantitativas (Coronado, 2022).

Tipos de escala de medición.

Escala Nominal.

Es la más elemental, clasifica a las unidades de estudio (objetos, personas, etc.) en categorías, basándose en una o más características, atributos o propiedades distintivas y observadas, dándole a cada categoría un nombre (de ahí lo de «nominal»). También se pueden utilizar números o numerales.

En esta escala se tienen dos categorías o más variables de medida. Las variables nominales que incluyen dos categorías se denominan dicotómicas, como, por ejemplo, el sexo (masculino o femenino). Las variables con tres o más categorías se denominan multicotómicas o policotómicas como, por ejemplo: filiación política.

Escala Ordinal.

Una escala de medición ordinal se da cuando las observaciones pueden colocarse en un orden relativo a la característica que se evalúa, las categorías de datos están clasificadas u ordenadas según la característica especial que poseen. Aquí, las etiquetas o símbolos de las categorías sí indican jerarquía.

Escala Discreta.

Una escala discreta de medición es una escala de medida que permite medir variables discretas. Aquellas que sólo pueden tener un número finito de valores en su intervalo de medidas; en general, corresponden a conteos (por ejemplo, número de hijos).

Escala Continua.

Una escala continua de medición es en la que se puede observar un número infinito de valores regularmente espaciados entre dos puntos cualquiera de su intervalo de medidas. En general corresponden a mediciones (por ejemplo, presión).

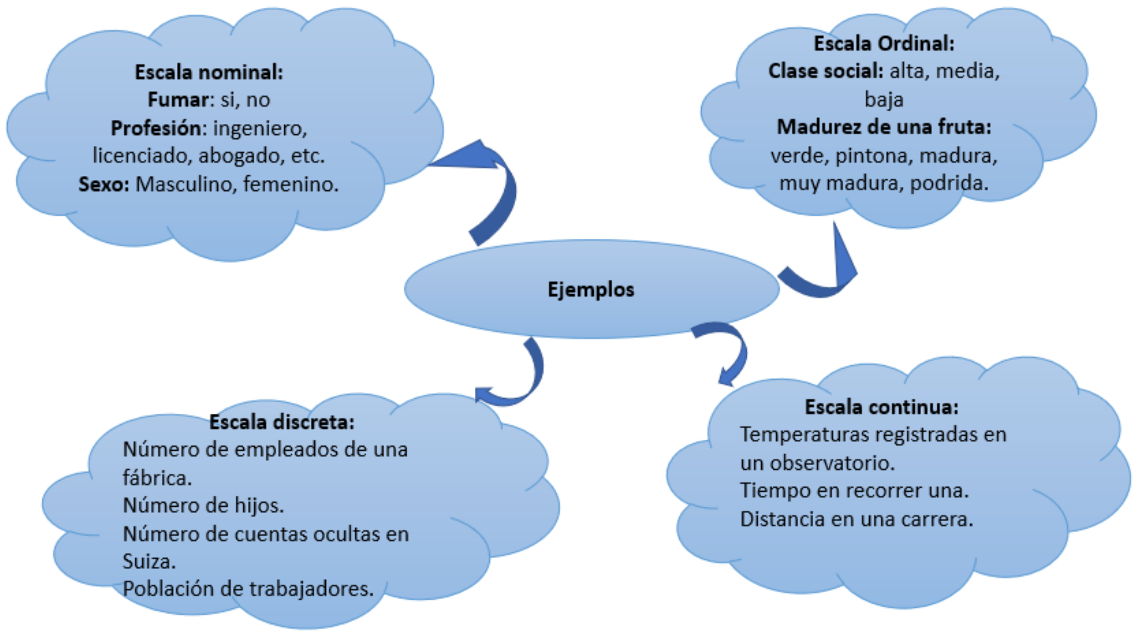


Figura 5. Clasificación de las variables. **Fuente**: autor (2024)

Medidas estadísticas.

Las medidas estadísticas tales como el rango, moda, mediana, media, varianza y desviación estándar permiten obtener un resumen, que resulta al analizar una muestra, describiendo aspectos de una serie o la distribución evaluando centralización, dispersión y la forma de los datos para tener un mejor conocimiento sobre la población.

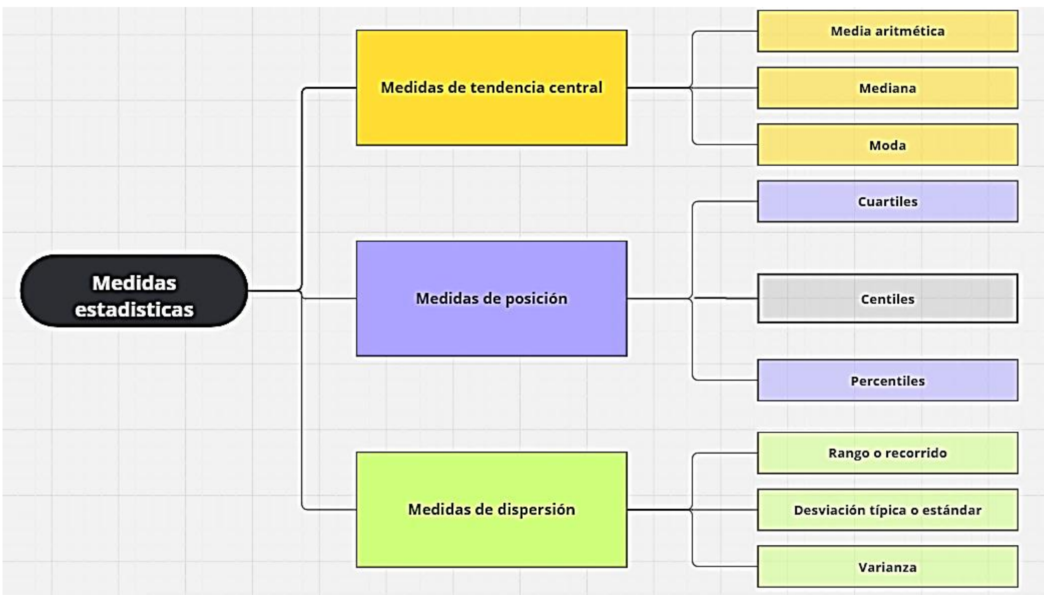


Figura 6. Clasificación de las variables. **Fuente**: autor (2024)

Medidas de tendencia central.

Las medidas de tendencia central son valores estadísticos que permiten resumir la información en un solo valor numérico describiendo el centro del conjunto de datos, se representa con $\bar{x}$ o $\bar{\mu}$, dependiendo si se analiza la muestra o población respectivamente.

Media aritmética muestral.

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{x_1 + x_2 + \cdots x_n}{N}; N = numero\ total\ de\ muestra$$

Media aritmética para datos agrupados.

$$\boldsymbol{\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n}}$$

Donde; $\boldsymbol{x_i = marca\ declase; f_i = frecuencia\ absoluta; n = numero\ total\ de\ datos}$

Ejemplos:

Simón realiza la facturación de la exportación de limones y uvas de una empresa que se encarga a ala producción de estos productos dentro del periodo 2020 y 2024.

Tabla 2. Datos de facturación por año

Año	2020	2021	2022	2023	2024
Ingresos(millones)	19	20	34	46	39

Fuente: Autor, 2024

Hallar el promedio de ingresos facturados.

$$\bar{x} = \frac{19 + 20 + 34 + 46 + 39}{5}$$

$$\bar{x} = 31{,}6$$

La conclusión usando este cálculo lo podemos expresar como "El promedio de las facturaciones en la exportación de limones y uvas en la empresa es de 31,6 millones entre los años 2020 y 2024.

Mediana

El valor que, una vez ordenados todos los datos, se encuentra en la mitad de la distribución, se conoce como mediana. Si el número de datos es impar, coincidirá con uno de los datos; si es par, puede que no ocurra esa coincidencia: se deben promediar los dos valores que se encuentran en el centro de la distribución ordenada.

Se obtiene al ordenar de menor a mayor todos los valores de una variable estadística y se llama mediana al número tal que existe tantos valores de la variable superior o iguales como inferiores o igual a él. (Batanero y Godino, 2002, p.714) Según esta definición, el conjunto de datos menores o iguales que la mediana representarán el 50 % de los datos, y los mayores que la mediana representarán el otro 50 % del total de datos de la muestra.

Mediana para datos agrupados.

$$Me = Li + \frac{\frac{N}{2} - Fi}{fi} . ai$$

Li Es el límite inferior de la clase donde se encuentra la mediana

$\frac{N}{2}$ es la semisuma de las frecuencias absolutas

fi es la frecuencia absoluta de la clase mediana

$Fi - 1$ es la frecuencia acumulada anterior a la clase mediana

ai es la amplitud de la clase

Tratando de datos agrupados en intervalos, si $\frac{N}{2}$ valor de la mediana coincidirá con la abscisa correspondiente, y el valor de una frecuencia acumulada coincidirá con el valor de la mediana.

Moda.

La moda en un conjunto de datos es el valor que más se repite por ejemplo si consideramos la siguiente muestra, 1, 2, 3, 4, 3, 1,3. este caso tenemos repeticiones tanto para el número 1 y 3; sin embargo, el 3 es el que más veces se repete convirtiéndose en la moda de la muestra, su representación Mo, $M_o = 3$.

La moda en datos agrupados se refiere al intervalo de clase que contiene el mayor número de observaciones. Dado que en datos agrupados no se tiene la información precisa de cada valor individual, se estima la moda a partir de las frecuencias de los intervalos de clase. La fórmula proporcionada permite calcular una estimación de la moda con base en la frecuencia máxima y las frecuencias de los intervalos adyacentes.

Fórmula:

$$M_0 = L_i + \frac{f_i - f_i - 1}{f_i - f_{i-1} + f_i - f_{i+1}} \cdot A_i$$

Medidas de posición

Estas medidas ayudan al investigador a resumir la información en segmentos iguales facilitando el análisis y compresión.

Cuartiles: División de datos en 4 partes : Q1=25%, Q2=50%, Q3=75%.

Deciles: Divide en 10 partes iguales los datos y su cálculo de lo realiza desde D1 a D9

Percentiles: Divide a los datos en 100 partes iguales se calcula desde P1 hasta el P 99

Figura 7. Clasificación de las variables. **Fuente**: autor (2024)

Medidas de dispersión.

Las medidas de dispersión son herramientas estadísticas que nos permiten cuantificar la variabilidad o dispersión de un conjunto de datos. Para datos no agrupados, estas medidas son particularmente útiles para comprender la distribución de valores individuales en relación con los medios del grupo u otro punto de referencia.

La dispersión mide qué tan dispersos o agrupados están los datos en relación con su media aritmética. El rango es una medida de dispersión que, para una serie de datos no agrupados, es igual a la diferencia entre los datos de mayor valor y los de menor valor**.**

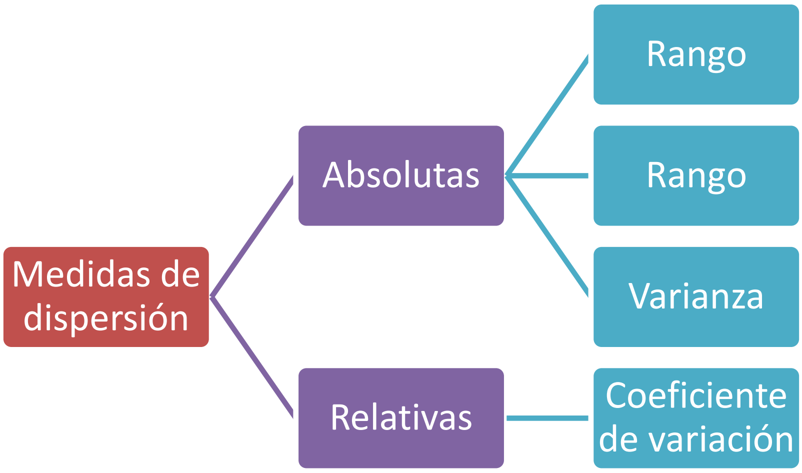


Figura 8. Medidas de dispersión. **Fuente**: autor (2024)

Rango.

Es la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de un conjunto de datos.

$$R = Xmáx - Xmín$$

Donde;

$\boldsymbol{R}$ = Es el rango

$\boldsymbol{M}á\boldsymbol{x}$ = Valor máximo de la muestra o población

$Mín =$ Valor mínimo de la muestra o población estadística

Ejemplo

Supongamos que tenemos los siguientes datos de calificaciones en un examen de estadística:7, 8, 9, 10, 12, 13, 14

El rango se calcula como:

Rango = 14 - 7 = 7

En este caso, el rango de 7 nos indica que las calificaciones varían en un rango de 7 puntos.

Desviación media

Es el promedio de los valores absolutos de la diferencia entre cada dato y la media aritmética de los datos.

La desviación media se representa por:

Datos agrupados:

$$D\bar{x} = \frac{|X1-\bar{x}|+|X2-\bar{x}|+\ldots\ldots\ldots *|Xn-\bar{x}|}{N} \qquad \text{ó} \qquad D\bar{x} = \frac{\Sigma_1^n |X1-\bar{x}|}{N}$$

Desviación estándar

La medida de desviación estándar nos indica la dispersión de los datos tomando como referencia la media (punto central), así mismo es considerada como la medida que analiza el promedio de la separación de los datos a su valor central, es una medida que nos permite estimar el comportamiento de los datos considerando que si su valor es alto mayor variabilidad de estos tendremos, mientras que si el valor es bajo los datos serán homogéneos en relación a la media.

Una forma sencilla pero efectiva de entender la desviación estándar es mediante la regla práctica del intervalo. Esta regla se basa en el principio de que, para muchos conjuntos de datos, la mayoría de los valores alrededor del 95% se encuentran dentro de dos desviaciones estándar respecto a la media.

Para estimar el valor de la desviación estándar s, utilice la siguiente ecuación:

$$S = \frac{Rango}{4}$$

Teorema Chebyshev

Si una variable aleatoria tiene una varianza o desviación estándar pequeña, esperaríamos que la mayoría de los valores se agrupan alrededor de la media. Por lo tanto, la probabilidad de que una variable aleatoria tome un valor dentro de cierto intervalo alrededor de la media es mayor que para una variable aleatoria similar con una desviación estándar mayor. Si pensamos en la probabilidad en términos de área, esperaríamos una distribución continua con un valor grande de σ (desviación estándar) para indicar una variabilidad mayor y, por lo tanto, esperaríamos que el área esté más extendida, como en la figura 1(a). Una distribución con una desviación estándar pequeña debería tener la mayor parte de su área cercana a μ (media), como en la figura 1(b).

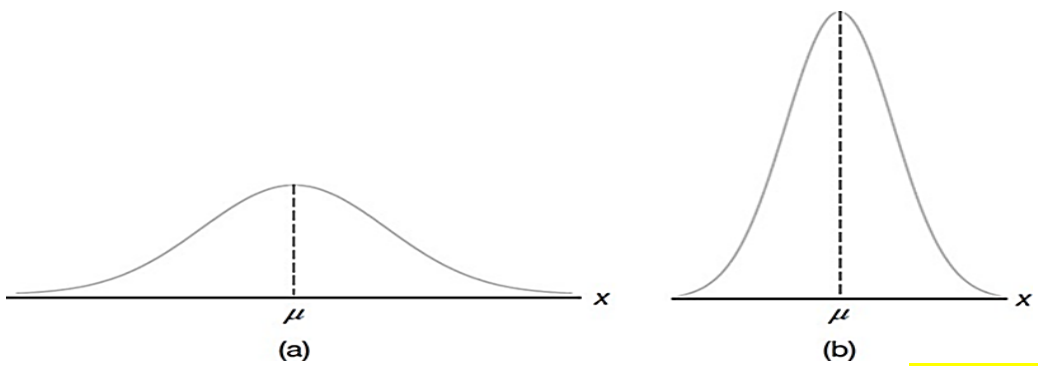


Figura 9. Variabilidad de observaciones continúas alrededor de la media. **Fuente**: autor (2024)

El teorema de Chebyshev es una herramienta teórica muy importante sirviendo como un medio para comprender la variabilidad de un parámetro aleatoria con respecto a la medida de su media a través de la varianza.

La expresión para cualquier distribución que esté a menos de k desviaciones estándar de la media es por lo menos:

$$1 - \frac{1}{k^2}$$

K: valor positivo mayor que 1. Este teorema es válido para todas las distribuciones de datos.

Chebyshev tiene validez para cualquier distribución de observaciones, por lo cual los resultados generalmente son débiles. El valor que proporciona el teorema es solo un límite inferior, es decir, sabemos que la probabilidad de una variable aleatoria que cae dentro de dos desviaciones estándar de la media no puede ser menor que 3/4, pero nunca sabemos cuánto podría ser en realidad. Solo cuando conocemos la distribución de probabilidad podemos determinar probabilidades exactas. Por esta razón llamamos al teorema resultado de distribución libre. Cuando se supongan distribuciones específicas, los resultados serán menos conservadores. El uso del teorema de Chebyshev se restringe a situaciones donde se desconoce la forma de la distribución (Joan Betancourt).

Ejemplo:

En un examen de fenómenos de transporte se desea saber cuántos alumnos obtuvieron una calificación entre 60 y 8’ sobre 100 puntos, considere una desviación estándar de 5.

Solución:

Hallando la media de los datos: $\bar{x} = \frac{60+80}{2} = 7$

$$\frac{(60-70)}{5} = -2$$

$$\frac{(80-70)}{5} = 2$$

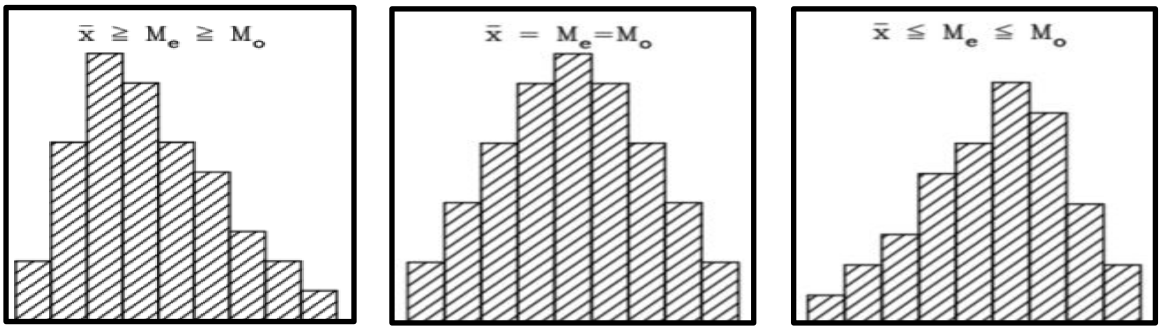
$$1 - \frac{1}{2^2} = 75\%$$

1.1.1 Medidas de forma.

Cuando los valores de la variable están equidistantes a uno y otro lado del valor central, se dice que la distribución de medidas es simétrica. En este caso, una vertical trazada por el punto central será simétrica en el histograma (o en el diagrama de barras).

a **b** **c**

Figura 10. Distribución con asimetría hacia la derecha positivo (panel a), simétrica (panel b) y con asimetría hacia la izquierda (panel c). **Fuente**: Ma 16



Si no hay simetría, podemos decir que hay asimetría a la derecha (o positiva) o a la izquierda (o negativa), dependiendo de que el histograma muestra una cola de medidas hacia los valores altos o bajos de la variable. En una distribución asimétrica, la moda, la media y la mediana no coinciden; para una asimetría positiva, $\bar{x} \geq Me \geq Mo$ y para una asimetría negativa, $\bar{x} \leq Me \leq Mo$.

Coeficiente de Fisher para la asimetría

El cociente entre el momento de orden 3 y la media y el cubo de la desviación típica es su definición:

$$g1 = \frac{m_3}{s^3} \quad donde \quad \frac{\sum_{i=1}^{k}(xi - \bar{x})^3}{Ns^3} = \frac{a_3 - 3a_2a_1 + 2a_1^3}{(\sqrt{a_2 - a_1^2})^3}$$

Se anularán las desviaciones de la media en una distribución simétrica, ya que los números positivos y negativos se sumarán en m3, y el coeficiente de asimetría será nulo (g1 = 0). Para una asimetría positiva (a la derecha), g1 tendrá valores negativos; en el otro sentido, tendrá valores positivos. Es importante destacar que la desviación típica se divide por el cubo para que el coeficiente sea adimensional y, por lo tanto, comparable entre múltiples muestras.

Coeficiente de asimetría de Pearson.

Este coeficiente adimensional se describe como:

$$Ap = \frac{\bar{x} - Mo}{s}$$

Observación. El coeficiente de asimetría de Pearson se limita a las distribuciones campaniformes y unimodales. Si la distribución es simétrica en este caso, se encuentra que Ap = 0. La afirmación recíproca, una vez más, no es precisa.

Se verifica que:

Si Ap > 0 $\Rightarrow$ la distribución es asimétrica a derechas.

Si Ap < 0 $\Rightarrow$ la distribución es asimétrica a izquierdas.

1.1.2 Curtosis.

En 1906, Karl Pearson introdujo el coeficiente de apuntamiento, aplastamiento, deformación, exceso o curtosis.

La curtosis busca descubrir la concentración de frecuencias más alta o baja alrededor de la media para determinar si la distribución es más o menos dirigida. Solo se deben usar las medidas de curtosis para distribuciones unimodales, simétricas o con ligera asimetría. Es necesario considerar la distribución normal, que es un tipo de distribución. Para estudiar el apuntamiento de una distribución, se utiliza como patrón de comparación la curva Normal, que es simétrica respecto a su media, campaniforme y de recorrido infinito.

1.1.2.1 Modelo normal

La función matemática correspondiente a una distribución Normal es la curva que representa:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2s\pi}} \cdot e^{\frac{-1}{2} \cdot \left[\frac{x-\bar{x}}{s}\right]^2}$$

Cuando x es la media de la distribución y s la desviación típica, se conoce como función de densidad de la distribución normal. Las siguientes son características de esta función: Esta es una definición y es positiva para cualquier valor de $\boldsymbol{x}$

a. En todo su campo de definición, es continuo y derivable.
b. Respecto a la recta $x = \bar{x}$, es simétrica.
c. La curva es la asíntota del eje horizontal.
d. Tiene un máximo relativo en el punto $(\bar{x}, \frac{1}{\sqrt{2s\pi}})$

Tiene puntos de inflexión para los valores de x dados por $x = \bar{x} \pm s$

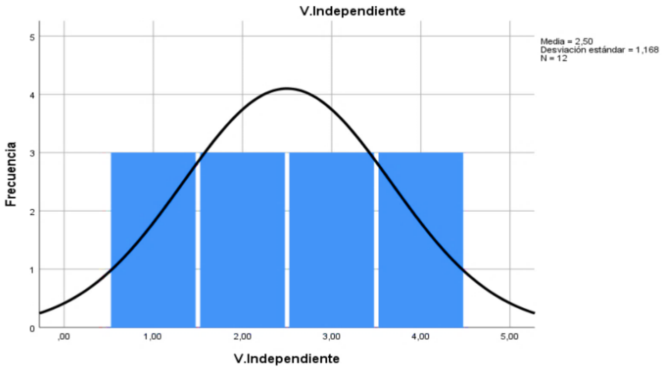


Figura 10. Gráfica de distribución normal. **Fuente**: Autor 2024

1.1.2.2 Coeficiente de curtosis de Fisher

El momento central de cuarto orden es una medida del enfoque de las distribuciones, ya que destaca las variaciones en comparación con la media de los valores ubicados a su derecha y a su izquierda. Se divide por s^4 para que la medida sea adimensional. En la distribución Normal, Karl Pearson notó que m^4 implica que $\frac{m_4}{s^4} = 3$.

$$g2 = \frac{m_4}{s^4} - 3$$

Se verifica que:

a. Si g2 > 0 → Distribución leptocúrtica.
b. Si g2 < 0 → Distribución platicúrtica.
c. Si g2 = 0 → Distribución mesocúrtica

1.1.2.3 Diagramas de cajas o bigotes

El diagrama de caja o bigotes, desarrollado por Tukey en 1977, es una representación gráfica de una distribución que incluye cinco valores: la mediana, los cuartiles primero y tercero, así como los valores máximo y mínimo. La siguiente es la forma en la que se construye:

a. Elegimos una escala que incluya el rango de la variable.
b. Se crea un rectángulo en forma de caja que se extiende desde el primer cuartil hasta el tercer cuartil.
c. Dibujamos una barra vertical en el interior de la caja en la posición de la mediana.
d. Calcular los límites superiores e inferiores admisibles para identificar los desvíos.

$LI = Q_{1/4} - 1{,}5(Q_{3/4} - Q_{1/4})$ $\qquad$ $LS = Q_{3/4} + 1{,}5(Q_{3/4} - Q_{1/4})$

a) Identificar y clasificar los datos fuera del intervalo.

Dibujar una línea o un bigote desde cada extremo de la caja hasta el valor más alejado no atípico, es decir, dentro de (LI, LS).

Aplicaciones.

Calcular el rango, desviación media, varianza, y desviación estándar considerando la siguiente tabla que contiene las edades de la población vacunada para la fiebre amarilla en Riobamba.

Tabla 3. Población vacunada fiebre amarilla

Nº	*Intervalo*	*ni (frecuencia absoluta)*	*X (marca de clase)*	*X*ni*
1	2 - 15	1	8.5	8.5
2	15 - 28	10	21.5	215
3	28 - 41	9	34.5	310.5
4	41 - 54	2	47.5	95
5	54 - 67	3	60.5	181.5
6	67 - 79	1	73	73

Total	**26**	**883.5**

Fuente: Autor, 2024

$\bar{x} = \frac{883.5}{26}$

$\bar{x} = 33.98$ → promedio de las edades de los ciudadanos de Riobamba que se han puesto la vacuna de la fiebre amarilla.

Mo = 22.5

Desviación Estándar = 17.86

$$Ap = \frac{\bar{x} - Mo}{s}$$

$$Ap = \frac{33.9 - 22.5}{17.86}$$

$$Ap = 0.64$$

CAPÍTULO II ANÁLISIS Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE DATOS

Dato estadístico

Según (Ballesteros, 2021) un dato es una unidad de información básica que representa un hecho, observación o medición de algún parámetro en específico. Puede adoptar diversas formas, como números, textos, fechas o cualquier otra forma de representación que permita su análisis y utilización. Por ello (Codina, 2019) nos cita que las bases de datos se basan en el tratamiento sistemático de información y el uso de metadatos, estos se asocian a través de los registros lo que convierte a los registros en componentes esenciales de cualquier base de datos.

Una representación gráfica es una manera de visualizar los datos cuantitativos. Las tablas estadísticas presentan la información de modo esquemático, mientras que los gráficos estadísticos muestran esa información de manera más expresiva. Cuando se hacen correctamente, las representaciones gráficas permiten, con solo verlas, entender la naturaleza de los datos, observar sus características e incluso formular conclusiones sobre el comportamiento de una población o muestra (Medina, 2016).

Diagrama de sectores

Según (Pascual, 2020) el diagrama de sectores consiste en un círculo, donde cada categoría ocupará un sector circular con un ángulo proporcional a la frecuencia absoluta de dicha categoría. Para dibujarlo, nos planteamos con cada categoría una simple regla de tres, esta es, si un individuo va a repartirse 360°, individuos de la categoría ocuparan grados.

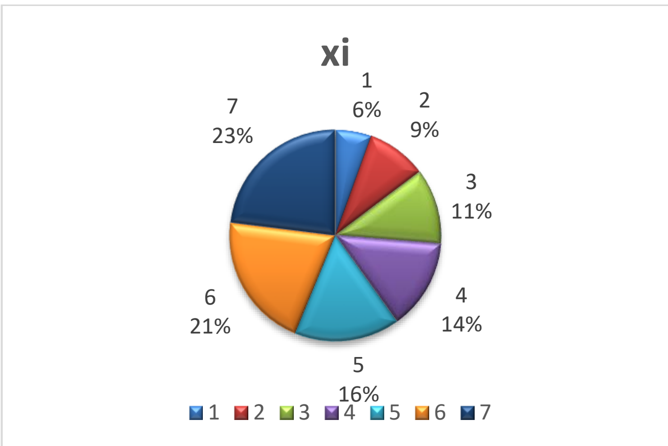


Figura 11. Diagrama de sectores. **Fuente**: Autor 2024

En la figura anterior podemos observar el uso de esta herramienta, cuyo fin es representar los valores de una muestra o población de forma resumida, con la característica que la suma de cada porción debe dar un total de cero.

La información que se suele dar de cada sector de la gráfica es el porcentaje de individuos pertenecientes al mismo. Esta gráfica suele ser útil cuando la variable discreta tiene pocas categorías, y resulta incomprensible cuando son muchas las mismas.

Diagrama de lineales

Los diagramas de líneas muestran los datos en forma de puntos, y una línea conecta todos los puntos de la misma serie; por ende, su nombre. Un punto, que es la intersección entre los datos del eje horizontal y del vertical, representa cada valor. Además, el diagrama o gráfico lineal se compone de una serie de puntos que al unirlos muestran una línea completa con los cambios de una variable a lo largo del tiempo. Según Tufte (2001), "los diagramas lineales son esenciales para el análisis visual de datos, proporcionando una visión clara y concisa de la evolución temporal de las variables".

Ejemplo: El siguiente gráfico se muestra los niveles de concentración de dióxido de carbono (CO_2) en el aire medidos durante los primeros cinco meses del año.

Tabla 4. Datos sobres los niveles de concentración de CO2.

Meses	***Niveles de Concentración de CO_2 (ppm)***
Enero	410
Febrero	412
Marzo	415
Abril	418
Mayo	420

Fuente: Autor, 2024

Para la representación de estos datos se lo realza usando cualquier software que en la actualidad lo encontramos, de forma libre, a continuación, observamos un diagrama lineal del ejemplo.

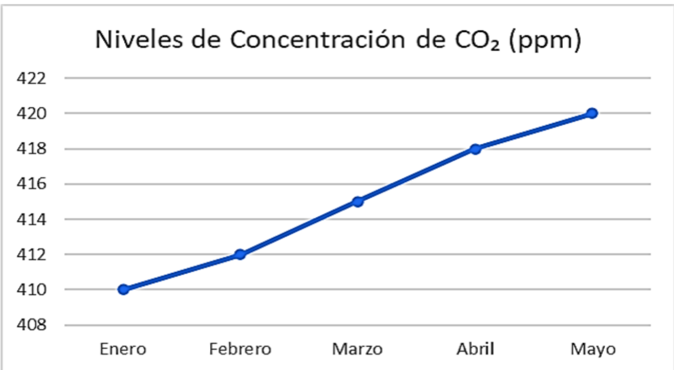


Figura 12. Niveles de concentración de CO2. Fuente: Autor 2024

Diagrama de dispersión

El diagrama de dispersión, también conocido como gráfico de correlación o gráfico de dispersión, representa gráficamente dos variables para un conjunto de datos. En otras palabras, examinamos la conexión entre dos variables, sabiendo cuán independientes son o cuánto influyen entre sí. En el plano cartesiano, ambas variables se muestran como un punto y, en función de la conexión que existen entre ellas, establecemos su tipo de correlación (María *et al*., 2004).

Cuando usamos diagramas de dispersión no podemos encontrar 3 tipos de correlación: Positiva, negativa y nula.

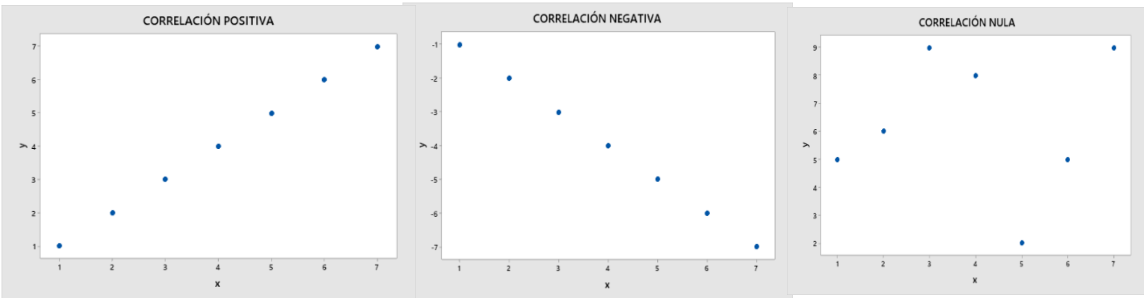


Figura 12. Comportamiento de la correlación. Fuente: Autor 2024

1.1.3 Correlación Positiva

Una variable aumenta o disminuye, mientras que la otra también lo hace. Una relación proporcional existe. Por ejemplo, si un vendedor de automóviles vende más automóviles (variable 1), aumentará su ingreso (variable 2).

1.1.4 Correlación Negativa

Una variable actúa de manera opuesta a la otra, es decir, si una variable aumenta, la otra disminuye. Una relación inversa proporcional existe. Por ejemplo, para la construcción de un edificio, se necesitará menos tiempo para tenerlo listo si hay más trabajadores construyendo el edificio (variable 1).

Correlación Nula

Existe una correlación nula si no se encuentra un comportamiento entre las variables.

Ejemplo

Relación entre talla y peso de una muestra de individuos.

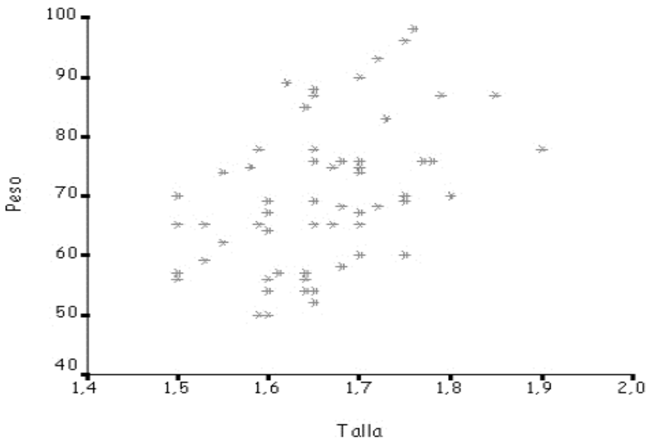


Figura 13. Curva ROC: es un diagrama de dispersión útil para valorar la exactitud de una prueba diagnóstica. Se grafica la sensibilidad en el eje *y* y (1-especificidad) en el eje *x*. (María et al., 2004)

Histograma

Según (Behar, 2013). Un histograma es una representación gráfica de una variable en forma de barras, por la que la superficie de cada barra es proporcional a la frecuencia de los valores establecidos por ende en el eje vertical, se muestran las frecuencias y los valores de las variables especificadas por las marcas de clase en el eje horizontal, la mitad del intervalo en el que se agrupan los datos. Los histogramas son más comunes en las ciencias sociales, humanas y económicas que en las ciencias naturales y exactas. En la siguiente gráfica podemos observar cómo podemos resumir una muestra o un conjunto de datos a través de un histograma.

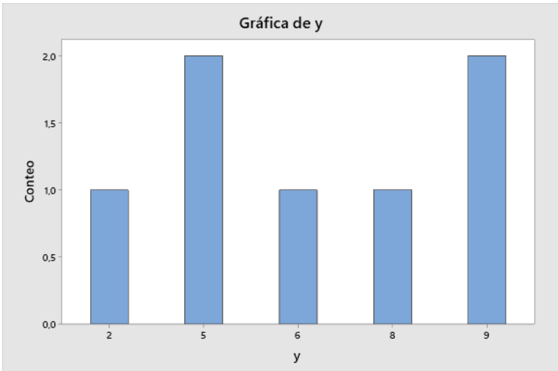


Figura 14. Comportamiento de la correlación. Fuente: Autor 2024

Polígono de frecuencias

Un polígono de frecuencia es una herramienta gráfica que se utiliza a partir de un histograma de frecuencia, otro tipo de gráfico que representa la frecuencia a través de líneas verticales. Para ello se conectan diferentes puntos medios de las columnas del histograma con una línea sin dejar espacio entre ellos, obteniendo así una forma geométrica o un polígono. Con esta herramienta gráfica, se pueden trazar variables cuantitativas o diferentes distribuciones de forma rápida y sencilla de utilizar, lo que tradicionalmente no es posible con los histogramas. Por ende, también tiene ventajas visibles a simple vista. Por eso, se utiliza ampliamente en las ciencias sociales y económicas, ya que permite realizar comparaciones útiles entre diferentes resultados del mismo proceso.

Ojiva

La ojiva es la gráfica acumulativa de una serie de datos. Es un gráfico que muestra la frecuencia acumulada asociada a un conjunto de datos. Por lo tanto, la ojiva sirve para saber el número de datos que se encuentran por debajo de un valor determinado.

Pasos para realizar una ojiva

a. Calcular las frecuencias absolutas acumuladas del conjunto de datos.

b. Representar el eje horizontal y el eje vertical del gráfico. En general, el eje horizontal corresponde a los límites de los intervalos y el eje vertical a las frecuencias acumuladas.

c. Representar las frecuencias absolutas acumuladas como puntos en la gráfica.

d. Unir los puntos consecutivos del gráfico mediante una línea para formar la ojiva.

1.1.5 Aplicaciones

a. Determinar el tamaño de la muestra de una población N=2569 variedades de árboles de los cuales se quieren seleccionar para un estudio Fitosociología. Sabiendo que se tiene un error estándar de 0.025 y un nivel de confianza de 95%.

Solución:

$$n' = \frac{S^2}{V^2} = \frac{p(1-p)}{Se^2} = \frac{0.95(1-0.95)}{(0.025)^2} = 76$$

n′: Tamaño de la muestra requerida.

S^2: Varianza de la proporción en la población. En el contexto de esta fórmula, se expresa como $p(1-p)$

V^2: Error cuadrático del estimador.

p : Proporción estimada de éxito en la población.

Se : Error estándar deseado o margen de error.

$$n = \frac{n'}{1+\left(\frac{n'}{N}\right)} = \frac{76}{1+\left(\frac{76}{2569}\right)} = 73.81 = 74\ variables\ de\ árboles.$$

b. En una población de 10.000 estudiantes de la facultad de ciencias de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo se obtuvo una muestra aleatoria simple de n=11 estudiantes con el siguiente número de personas: 2,3,6,1,4,3,8,2,2,1,1.

Se pide:

a) Estimar el número de personas por estudiante y su error de muestreo.
b) Demostrar que la expresión:

$$\hat{v}\,(\bar{x}) = \frac{N-n}{Nn}\left[\frac{\sum_i^n x_i^2 - n\bar{x}^{\,2}}{n-1}\right]$$

Es un estimador insesgado de

$$\hat{v}\,(\bar{x}) = \frac{N-n}{Nn}\left[\frac{\sum_i^N x_i^2 - N\bar{x}^{\,2}}{N-1}\right]$$

Solución

$$\bar{X} = \ \bar{x}\ = \frac{\sum_i^n xi}{n} = \ \frac{33}{11} = 3$$

$$V\,(\bar{x}) = \frac{N-n}{Nn}\left[\frac{\sum_i^N x_i^2 - N\bar{x}^{\,2}}{N-1}\right]$$

$$\hat{v}\,(\bar{x}) = \frac{N-n}{Nn}\left[\frac{\sum_i^n x_i^2 - n\bar{x}^{\,2}}{n-1}\right]$$

$$\hat{v}\,(\bar{x}) = \frac{10{,}000-11}{110{,}000}\left[\frac{149-11*9}{10}\right] = 0{,}454$$

$$\hat{\sigma}\,\bar{x}\sqrt{\hat{v}\,(\bar{x})} = \ \sqrt{0{,}454} = 0{,}67$$

c. Los estudiantes de la catedra de Microbiología planean trabajar en una zona de 1.000 plantas para determinar el tamaño de la muestra necesario para que, con un grado de confianza del 95%, la estimación de la proporción de plantas sin plagas no difiera en más de 0,10 del valor verdadero. Se utiliza muestreo aleatorio simple.

Solución

$$2\sigma\hat{p} = 0{,}10$$

$$\sigma\hat{p} = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}\,\frac{P(1-P)}{n}}$$

$$n = \frac{NP(1-P)}{\sigma_p^2\,(N-1) + P(1-P)}$$

$$P = 1/2$$

$$\text{n} = \frac{1.000 * \frac{1}{2} * \frac{1}{2}}{0{,}05^2\ (1.000 - 1) + \frac{1}{2} * \frac{1}{2}} = 91 \text{ plantas}$$

d. Determinar el tamaño de una muestra de una población de N=1500 especies de plantas en un área forestal, las cuales se someterán a un estudio de impacto ambiental, el error permitido es de 5% y se requiere un nivel de confianza de 95%.

$$n' = \frac{S^2}{V^2} = \frac{p(1-p)}{(Se)^2} = \frac{0.95(1-0.95)}{(0.05)^2} = 19$$

$$n = \frac{n}{1 + \left(\frac{n}{N}\right)} = \frac{19}{1 + \left(\frac{19}{1500}\right)} = 18.76 \ = \ 19 \ especies\ de\ plantas\ en\ un\ área\ forestal$$

e. Un ascensor limita el peso de sus 4 ocupantes a 300 kilogramos. Si el peso de un individuo sigue una distribución normal N (71, 7), calcular la probabilidad de que el peso de 4 individuos supere los 300 kilogramos.

RES: Considerando que el peso de cada persona presenta una distribución normal con $\mu = 71$ y

$\sigma = 7$, al seleccionar una muestra de 4 personas tenemos que:

$$P(X1 + X2 + X3 + X4 > 300) = P\left(\frac{X1 + X2 + X3 + X4}{4} > \ \frac{300}{4}\right)$$

$$P(X > 75) = P\left(Z > \frac{75 - 71}{\frac{7}{\sqrt{4}}}\right)$$

$$P(Z > 1.143) = 1 - P(Z < 1.143) = 1 - 0.8735 = 0.1265$$

Análisis y descripción de datos

El análisis y descripción de datos se profundizará en el proceso que nos permite describir un conjunto de datos (categórico o no) calculando medidas como promedios o medidas de centralización que dan una idea de los presentes en los datos, o múltiples valores. Una medida de variabilidad, o dispersión, que proporciona información sobre cómo se distribuyen los datos en comparación con una medida de tendencia central. Esto nos permite determinar si la medida anterior es representativa del estudio y la forma en que la medida nos ayuda a informarnos sobre cómo se comparan los datos con el estudio (como una distribución normal) para comparar (Salazar y Castillo, 2018).

Tendencia central para datos agrupados

Son medidas estadísticas que se usan para describir cómo se puede resumir la localización de los datos. Ubican e identifican el punto alrededor del cual se centran los datos. Las medidas de tendencia central nos indican hacia donde se inclinan o se agrupan más los datos. Las más utilizadas son: la media, la mediana y la moda con el propósito de:

a. Mostrar en qué lugar se ubica el elemento promedio o típica del grupo.

b. Sirve como un método para comparar o interpretar cualquier valor en relación con el puntaje central o típico.

c. Sirve para comparar el valor adquirido por una misma variable en dos ocasiones.

d. Sirve como un método para comparar los resultados medios obtenidos por dos o más grupos.

Ejemplo:

Analizando la cantidad de residuos sólidos generados diariamente por diferentes zonas de una ciudad.

Tabla 5. Datos de residuos solidos

Intervalo de clase (kg)	***Fi (Frecuencia)***	***Xc (Punto medio)***	***Fi * Xc***
1.0- 2.0	4	1.5	6.0
2.1- 3.0	6	2.55	15.3
3.1 - 4.0	8	3.55	28.4
4.1 - 5.0	5	4.55	22.75
5.1 - 6.0	3	5.55	16.65
6.1 - 7.0	2	6.55	13.1
Total	28		102.2

Cálculo de la media:

Para calcular la media de los datos agrupados, utilizamos la siguiente fórmula:

$$\overline{x} = \frac{\sum (Fi \cdot Xc)}{\sum Fi}$$

Donde:

∑ (Fi·Xc) es la suma de los productos de la frecuencia por el punto medio.

$\sum Fi$ es la suma de las frecuencias.

Usando los datos de la tabla:

$$\overline{x} = \frac{102.2}{28} \approx 3.65$$

La media de los residuos sólidos generados diariamente en las diferentes zonas de la ciudad es de unos 3.65 kg.

1.1.6 Centiles y percentiles

Los percentiles son la medida más común utilizada para clasificar o ubicar a las personas según sus características, como su peso o estatura, los percentiles pueden ser las medidas más utilizadas. El conjunto de datos ordenados se divide en cien partes porcentualmente iguales como percentiles. Estos son los 99 valores que dividen el conjunto de datos ordenados en cien partes iguales. Los percentiles (P1, P2, P99), los cuales se pueden leer el primer percentil y el último percentil (Salazar y Castillo S, 2018). Datos Agrupados Cuando los datos están agrupados en una tabla de frecuencias, se calculan mediante la fórmula:

$$P_k = \frac{k\left(\frac{n}{100}\right) - f_k}{f_k} * C$$

k= 1,2,3,... 99

Donde:

Lk =Límite real inferior de la clase del decil

kn = Número de datos

Fk =Frecuencia acumulada de la clase que antecede a la clase del decil k.

fk = Frecuencia de la clase del decil

kc = Longitud del intervalo de la clase del decil k.

Otra forma para calcular los percentiles es:

Primer percentil, que supera al uno por ciento de los valores y es superado por el no venta y nueve por ciento restante.

$$\mathrm{P} = \frac{ln}{100}$$

El 60 percentil, es aquel valor de la variable que supera al 60% de las observaciones y es superado por el 40% de las observaciones.

$$p_{60} = l_i + \frac{P - f_{e-1}}{f_1} * lc; P = \frac{60n}{100}$$

$$p_{99} = l_i + \frac{P - f_{e-1}}{f_1} * lc; P = \frac{99n}{100}$$

El percentil 99 supera el 99 % de los datos y se supera por el 1 % restante. Fórmulas Datos No Agrupados SisetienenunaseriedevaloresX1, X2,X3...Xn, se localiza mediante las siguientes fórmulas: Para los percentiles;

cuando n es par: $\frac{A*n}{10}$

si n es impar $\frac{A(n+1)}{100}$

Siendo A, el número del percentil. Es fácil ver que el primer cuartil coincide con el percentil 25; el segundo cuartil con el percentil 50 y el tercer cuartil con el percentil 75.

Aplicaciones.

a. Sea X una variable estadística. Se conoce que su media es 100 y su varianza 25. ¿Qué porcentaje de observaciones se encuentra fuera del intervalo (85,115)?

- Media (*μ)*: 100
- Varianza (*σ2)*: 25
- Desviación estándar (σ2) =$\sqrt{25 = 5}$

Intervalo:

(85; 115)

Convertir el intervalo a unidades de desviación estándar:

$$k = \frac{\lim - \mu}{\sigma}$$

límite inferior (85):

$$k = \frac{85 - 100}{5} = \frac{-15}{5} = -3$$

límite superior (115):

$$k = \frac{115 - 100}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

Entonces, el intervalo (85, 115) se encuentra a 3 desviaciones estándar de la media**.**

Aplicar el teorema de Chebyshev:

Al menos $1 - \frac{1}{k^2}$ de las observaciones de una distribución se encuentran dentro de **k** desviaciones estándar de la media.

En este caso, *k = 3k;*

$$(P(|X - \mu|) \geq 3\sigma) \leq \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9} = 0.1111$$

Indica que al menos $1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ (o aproximadamente el 88.89%) de las observaciones se encuentran dentro del intervalo (85, 115).

Calcular el porcentaje fuera del intervalo:

El porcentaje de observaciones que se encuentra fuera del intervalo (85, 115) es el complemento del porcentaje dentro del intervalo:

$$1 - \left(1 - \frac{1}{9}\right) = \frac{1}{9} \approx 0.1111 \cdot 100\% = 11.11\%$$

El porcentaje de observaciones fuera del intervalo (85, 115) es aproximadamente el 11.11 %.

b. Una lista de valores del pH sanguíneo para un grupo de 32 estudiantes son los siguientes:

7.33	7.31	7.26	7.33	7.37	7.27	7.30	7.33
7.33	7.32	7.35	7.39	7.33	7.38	7.33	7.31
7.37	7.35	7.34	7.32	7.29	7.35	7.38	7.32
7.32	7.33	7.32	7.40	7.33	7.32	7.34	7.33

Hallase lo siguiente.

- Agrupar los datos en 5 intervalos y confeccionar la tabla de frecuencias.
- Calcular la media aritmética, la moda y la mediana.
- Hallar el tercer decil.
- Determinar el porcentaje de individuos que se concentra fuera del intervalo (x−4σ, x+4σ).

RESOLUCIÓN. En primer lugar, nótese que la variable considerada en el estudio es una variable cuantitativa continua. Por esta razón distribuimos los datos observados en varios intervalos de clase.

Para establecer la longitud de cada intervalo de clase hemos de determinar el rango de la variable:

R = Xmax − Xmin = 7.40 −7.26 = 0.14.

Consecuentemente,

$$L = \frac{R}{5} = \frac{0.14}{5} = 0.028$$

Redondeando por exceso podemos tomar L= 0.03.

Tabla 5. frecuencias para la variable en estudio.

Intervalos de clase	*xi*	*Ni*	*Ni*	*fi (%)*	*Fi (%)*
[7.26,7.29)	7.275	2	2	6.250	6.250
[7.29,7.32)	7.305	4	6	12.500	18.750
[7.32,7.35)	7.335	17	23	53.125	71.875
[7.35,7.38)	7.365	5	28	15.625	87.500
[7.38,7.41)	7.395	4	32	12.500	100.000

Fuente: Autor 2024.

Calculemos la media aritmética:

$$x = \frac{1}{32}(2 \cdot 7.275 + 4 \cdot 7.305 + 17 \cdot 7.335 + 5 \cdot 7.365 + 4 \cdot 7.395) = \frac{(234.8732)}{32} = 7.34.$$

La mayor frecuencia absoluta registrada en la tabla de frecuencias es 17, que corresponde al intervalo [7.32,7.35). Dicho intervalo es, por tanto, el intervalo modal, o intervalo donde se encuentra la moda Mo.

Finalmente, para calcular la mediana trazamos el polígono de frecuencias absolutas acumuladas (Figura 5.5).

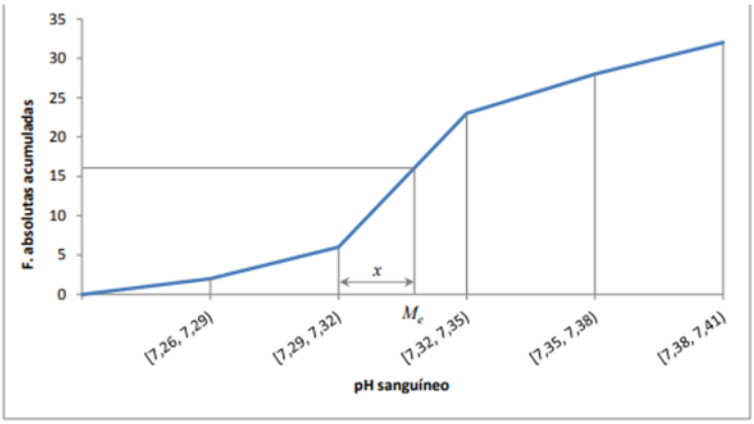


Figura 14. Diagrama de frecuencias absolutas acumuladas Fuente: Autor 2024

La mediana divide el número total de observaciones en dos partes iguales, esto es, en 16 observaciones. Atendiendo a la gráfica de la Figura 5.5 y al Cuadro 5.3, se verifica

$$Me = 7.32 + x,$$

donde x satisface la relación:

$$\frac{16-6}{23-6} = \frac{x}{7.35-7.32}$$

Entonces

$$x = \frac{0.3}{17} = 0.02$$

y se concluye que

$$Me = 7.32 + 0.02 = 7.34.$$

Los deciles dividen la distribución en diez partes iguales. Por tanto, el tercer decil se corresponde con el valor de la variable que acumula una frecuencia de

$$\frac{3 \cdot N}{10} = \frac{3.32}{10} = 9.6$$

Para calcularlo procedemos de manera similar que con la mediana:

$$D3 = 7.32 + x,$$

donde ahora x satisface la relación

$$\frac{0.03}{17} = \frac{x}{9.6-6}$$

Se infiere que

$$x = \frac{(0.03 \cdot 3.6)}{17} = 0.006,$$

y concluimos:

$$D3 = 7.32 + 0.006 = 7.326 = 7.33.$$

El Teorema de Chebyshev garantiza que, como mínimo, el $(1 - \frac{1}{k^2})\cdot$ 100% de las observaciones se encuentra en el intervalo (x − kσ, x + kσ), mientras que fuera de dicho intervalo se encuentra a lo sumo el 100% de ellas. Consiguientemente, un máximo del

$$\frac{1}{4^2}\cdot 100\% = \frac{1}{16\cdot 100\%} = 6.25\%$$

de los datos cae fuera del intervalo (x−4σ, x+4σ).

c. Para investigar la distribución de los diámetros de los ejes de acero producidos en un proceso de laminación, se tomaron las siguientes 20 mediciones:

2.510 2.517 2.522 2.522 2.510 2.511 2.511

2.519 2.543 2.525 2.532 2.527 2.536 2.505

2.541 2.512 2.515 2.521 2.536 2.529

Se pide:

Agrupar los datos en 5 intervalos de clase.

Calcular la media y la desviación típica.

Calcular la mediana, el tercer decil y el centil 65.

Resolución

Tabla 5. frecuencias para la variable en estudio.

IC	Xi	ni	Ni
[2.505,2.513)	2.509	6	6
[2.513,2.521)	2.517	3	9
[2.521,2.529)	2.525	5	14
[2.529,2.537)	2.533	4	18
[2.537,2.545)	2.541	2	20

Fuente. Autor 2024

Media ($\overline{x}$)

$$\overline{x} = \frac{\sum^{n} i = 1\, xi}{n}$$

∑xi =50.931

$$\overline{x} = \frac{50.931}{20} = 2.54655$$

Desviación típica.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum^{n} i = 1(x1 - \overline{x})^2}{n}}$$

$$\sum (x1 - \overline{x})^2 = 0.001227$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{0.001227}{20}} = 0.0078$$

Mediana, ordenamos los datos:

2.505,2.510,2.510,2.511,2.511,2.512,2.515,2.517,2.519,2.521,2.522,2.522,2.525,2.527 ,2.529,2.532,2.536,2.536,2.541,2.543

La mediana es:

$$Me = \frac{2.521 + 2.522}{2} = 2.5215$$

Tercer decil (D3):

El tercer decil corresponde al valor que deja el 30% de los datos por debajo.

Posición del tercer decil:

D3=0.3×20=6

El tercer decil es:

D3=2.512

Centil 65 (C65):

El centil 65 corresponde al valor que deja el 65% de los datos por debajo.

Posición del centil 65:

$$C_{65} = 0{,}65 * 20 = 13$$

El centil 65 es:

$$c65 = \frac{2.525+2.527}{2} = 2.526$$

CAPÍTULO III DISEÑO EXPERIMENTAL

El diseño experimental en el área de la investigación científica se ha vuelto esencial por su amplia aplicación en la fase experimental donde se realizan una o varias pruebas para identificar y caracterizar las variables explicativas o factores (xi) que tienen como objetivo principal es establecer relaciones causa-efecto entre variables, asegurando que los resultados obtenidos sean válidos y reproducibles (Melo *et al*. 2007, p. 1). Según (Montgomery 2017, p. 7), "El diseño experimental es una herramienta fundamental en el ámbito científico y de la ingeniería para impulsar la innovación en el proceso de realización de productos". Esto implica la selección adecuada de las condiciones experimentales y la implementación de estrategias que controlen la incertidumbre.

Un principio esencial para el diseño experimental es la aleatorización, que se utiliza para evaluar directamente la significación estadística de los resultados obtenidos en los experimentos, mediante la permutación de los resultados entre los diferentes tratamientos y posteriormente se calcula un estadístico de contraste para cada una de estas variaciones (García *et al*. 2014, p. 70). Este principio ayuda a garantizar que los efectos observados sean asociables a los tratamientos aplicados y no a factores externos no controlados.

Otro aspecto esencial para el diseño experimental es la replicación la cual consiste en repetir el experimento bajo las mismas condiciones para obtener un conjunto de datos que permite estimar la variabilidad y aumentar la precisión de las conclusiones (Montoya *et al*. 2011, p. 64).

Asimismo, otra manera de aumentar la validez externa y buscar fortalecerla es a través de múltiples replicaciones en diferentes sujetos que presenten los mismos síntomas y reciban los mismos tratamientos, siendo útil metodológicamente para extender resultados y conclusiones obtenidas a partir de diversas aplicaciones de los mismos diseños (García *et al*. 2014, pp. 53-54).

Los diseños experimentales varían de uno a otro nos a otros, en función al número y naturaleza de las variables, muestras y las posibilidades del experimentador, de modo que, tenemos tres tipos: Inter grupos, intrasujetos y mixtos, permitiendo a los investigadores controlar y manipular una sola variable independiente, en contraste con los diseños factoriales que son más complejos y permiten examinar múltiples variables respecto con sus interacciones (García *et al*. 2014, pp. 53-54).

Un diseño experimental es un plan estructurado, en el que se realiza una prueba o serie de pruebas buscando caracterizar variables de modo que en el que se asignan sujetos a distintos grupos o condiciones experimentales. Se caracteriza por cinco actividades interrelacionadas: la formulación de hipótesis estadísticas, el establecimiento de reglas de decisión para probar estas hipótesis, la recogida de datos conforme a un plan que permita evaluar las hipótesis, el análisis de datos y la toma de decisiones respecto a las hipótesis, incluye también la formulación de interferencias inductivas respecto a las hipótesis científicas y de investigación (Melo 2007, p. 42).

El diseño del experimento debe definir las variables que vamos a controlar (factores que se mantienen constantes); la o las variables que vamos a probar (factores del diseño y sus niveles se les conoce como tratamientos); los objetos (animales, plantas, etc.) a los cuales se les medirá el efecto de o los factores del diseño; el espacio físico dónde vamos a poner dichos objetos (unidades experimentales), es decir donde se van a colocar, que por cierto es el espacio donde se aplicarán los tratamientos; y las variables que vamos a medir como respuesta al efecto de los tratamientos sobre los objetos de estudio (variables respuesta) (Montoya, Sánchez y Hernández 2011, p. 63).

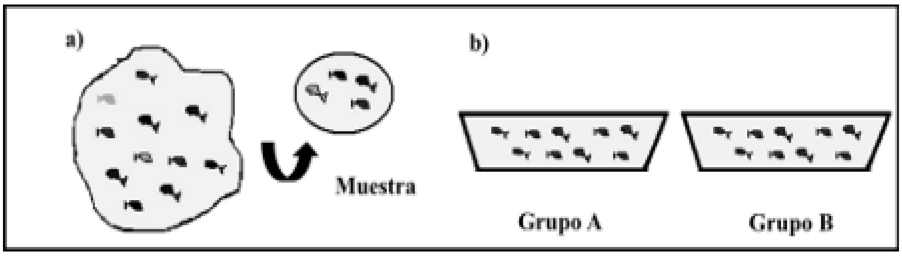


Figura 15. Muestra tomada de la población Fuente: Autor, 2024.

Principios básicos del diseño experimental

Existen tres principios básicos son en los que deberemos basarnos a la hora de diseñar nuestra metodología experimental. Estos principios son:

- Aleatorización: cada unidad de muestreo tiene la misma probabilidad de ser escogida.
- Replicación: el diseño experimental propuesto debe ser capaz de ser replicado más de una vez dando resultados similares.
- Control local: la variabilidad derivada de fuentes extrañas o no conocidas no debe ser eliminada, pero sí debe estar bajo control.

La importancia de un diseño experimental es la validez que esta aporta a nuestra investigación, y permite controlar el error aleatorio, es decir la variación no considerada de nuestros objetos de estudio, además de que facilita el análisis de datos. Para que un experimento sea correcto debe cumplir con varios principios indispensables como lo son la aleatorización, independencia de la muestra, simplicidad, replicación, tamaño adecuado de la muestra y el control o blanco (Montoya, Sánchez y Hernández 2011, p. 64).

En el ámbito de la investigación científica, disponer de información a nivel de toda la población, conocida como el total de las unidades de análisis, implica una enorme inversión de recursos, a menudo limitados. Aquí es donde entra en juego la necesidad de delimitar los grupos de estudio mediante la selección de una muestra, un subconjunto representativo de la población. Esta muestra está compuesta por unidades muestrales, los elementos específicos que se van a estudiar. El muestreo es una herramienta fundamental en la investigación, cuyo objetivo principal es determinar qué parte de la población debe ser estudiada (Hernández y Carpio 2019, p. 76).

Para calcular el tamaño de la muestra, existen numerosos programas de software que pueden ser de gran ayuda. Sin embargo, más allá del cálculo, es fundamental el comprender los diferentes tipos de muestreo que se utilizará. Los métodos de muestreo se dividen en dos grandes grupos: probabilísticos y no probabilísticos.

Muestreo en diseño experimental

Muestreo probabilístico

Es una técnica de muestreo en el que los individuos de la población son elegidos aleatoriamente en el cual cada uno cuenta con la misma probabilidad positiva de ser elegidos formando así parte de la muestra. Por consecuencia este tipo de muestreo es más recomendable para las investigaciones, debido a su eficiencia, precisión e incluso nos aseguran la representatividad de la muestra extraída (Parra 2017, p. 3). Podemos encontrar los siguientes tipos:

- Muestreo aleatorio simple
- Muestreo aleatorio sistemático
- Muestreo aleatorio estratificado
- Muestreo aleatorio por conglomerados

Muestro aleatorio mixto/ por etapas múltiples

Muestreo no probabilístico

A diferencia del anterior en este tipo de muestreo, las muestras que se eligen o los elementos no se hacen en base a la probabilidad, sino más bien se realizan en base a las características de la propia investigación o lo que estime conveniente el investigador. Una de las características de este tipo de muestreo es que no es de forma mecánica ni a través de fórmulas probables. Sobre todo, la elección del tipo de muestreo va a depender de los objetivos de estudio que se plantean al inicio del trabajo y de los resultados que se quieren obtener como contribución científica (Loayza 2018, p. 8). En cuanto al muestreo no probabilístico presenta los siguientes tipos:

- Por cuotas
- Por conveniencia
- Bola de nieve

Muestreo con conveniencia

Estudios piloto y comprobación inicial de hipótesis: los estudios piloto son empleados en un muestreo por conveniencia, ya que prioriza su practicidad y eficiencia. Antes de desarrollar un proyecto de investigación un grupo de investigadores realizan un estudio piloto para evaluar la viabilidad de sus métodos de investigación y ajustar sus hipótesis. Por lo que, esta investigación preliminar permite identificar desafíos, ajustar técnicas de recopilación de datos y garantizar la eficacia del enfoque (Stewart, 2023)

Aplicaciones.

Estudios piloto y comprobación inicial de hipótesis: los estudios piloto son empleados en un muestreo por conveniencia, ya que prioriza su practicidad y eficiencia. Antes de desarrollar un proyecto de investigación un grupo de investigadores realizan un estudio piloto para evaluar la viabilidad de sus métodos de investigación y ajustar sus hipótesis. Por lo que, esta investigación preliminar permite identificar desafíos, ajustar técnicas de recopilación de datos y garantizar la eficacia del enfoque (Stewart, 2023).

Investigación de mercado para pequeñas empresas: las pequeñas empresas operan con presupuestos limitados, recalcando que se enfrentan desafíos a la hora de realizar estudios de mercado. Sin embargo, el método de muestreo por conveniencia permite recopilar información valiosa y tomar decisiones. Por lo que el muestreo implica la selección de participantes que estén disponibles y de fácil acceso (Izcara 2007, p. 69).

Investigación educativa en el aula: el muestreo de conveniencia es una técnica de selección que presenta como herramienta para educadores e investigadores para comprender métodos de enseñanza y patrones de aprendizaje. Por lo que el muestreo permite recopilar datos de manera práctica y eficiente.

Ventajas y desventajas del muestreo por conveniencia

Tabla 6. frecuencias para la variable en estudio

Ventajas	***Desventajas***
Método rápido para recopilar datos: permite a los investigadores recopilar datos rápidamente y así evitar la necesidad de procesos que ocupan mucho tiempo.	Representatividad limitada: la muestra se extrae de un subconjunto de la población disponible, en lugar de seleccionar por un proceso aleatorio.
Relación costo – eficacia: al seleccionar participantes fácilmente disponibles, los investigadores reducen los gastos asociados a la captación de participantes y recogida de datos.	Mayor riesgo de sesgo: los investigadores seleccionan a los participantes que estén dispuestos a participar, lo que agrava aún más el sesgo.
Accesibilidad a grupos específicos: proporciona un acceso sin precedentes a grupos, en particular aquellos que son difícil y se necesita métodos de muestreo más estructurados.	Dificultad para evaluar los márgenes de error: permite a los investigadores calcular los intervalos de confianza y los márgenes de error, pero difiere en los resultados.

Fuente. Autor 2024

Muestreo deliberado

El muestreo deliberado también conocido como muestreo crítico o por juicio, es una técnica de muestreo no probabilístico empleado en la investigación cualitativa, donde los miembros de la muestra se seleccionan basándose del conocimiento y el juicio del investigador. Este método es el que más favorece en los estudios exploratorios, cuyo enfoque y objetivo es la compresión detallada más que la generalización, dado que permite a los investigadores centrarse en características específicas que son fundamentales para la pregunta principal de la investigación. Sin embargo, este muestreo es de selección estratégica de los investigadores para elegir a los miembros que puedan proporcionar los datos más informativos (Parra, 2023, p. 11)

Aplicaciones del muestreo deliberado

Estudio de casos específicos: se centran en tipos específicos de individuos, lo que permite a los investigadores centrarse voluntariamente en estos casos (Izcara 2023, p. 25).

Comprobación de teorías: se emplea para seleccionar los casos que tienen más probabilidades de cuestionar o apoyar estas diferentes teorías.

Limitación de recursos: situaciones donde los recursos y tiempo son limitados por lo que, tiene un enfoque práctico para centrarse en informantes clave o casos críticos que proporcionan los datos más valiosos.

Ventajas y desventajas del muestreo deliberado

Tabla 7. Ventajas y desventajas del muestreo deliberado

Ventajas	***Desventajas***
Requiere informaciones muy específicas para seleccionar muestra, lo cual es más confiable.	Mayor probabilidad de error debido al investigador o influencia del sujeto.
Selección de muestra de acuerdo con el juicio del investigador, lo que es más específico en buscar el tema que quiere conocer.	No son representativas de ninguna población y no tiene sentido teórico generalizar a una población.
Reduce la necesidad de una muestra de gran tamaño sin proporcionar datos valiosos, por lo que ahorra más tiempo y recurso.	Los resultados dependen de las características de la muestra.

Fuente. Autor, 2024

Muestreo por redes o bola de nieve

El modelo denominado, bola de nieve o de redes, es una técnica de muestreo no probabilístico, que se suele ocupar en investigaciones cualitativas y exploratorias, investigaciones en las cuales no se conoce mucho al respecto del grupo de estudio o no se puede acceder a ellos debido a sus determinadas características (comunidades indígenas, grupos minoritarios, etc.) (Hernández y Carpio 2019, p. 78). La metodología que se aplica consiste en la localización de un individuo que esté relacionado o que conduzca a otra persona dentro del grupo y este a su vez encamine a otros dentro del círculo, ampliando el conocimiento de los sujetos de estudio y generando muestras suficientes con alto nivel de confianza característico del modelo (Parra 2017, p. 11). Esto generará un efecto acumulativo semejante a una "bola de nieve" de contactos que faciliten la adquisición de datos (Stewart 2024).

Ventajas y Desventajas

Una de las principales adversidades a la que se enfrenta este método de muestreo es la tendencia particular al momento de zonificar el área de estudio, pues, la organización de la muestra puede no ser equitativa, alterando la veracidad de los resultados dispuestos (Crespo y Salamanca 2007, p. 2). De esta manera, se debe procurar que la elección de las semillas iniciales dé como resultado una aleatoriedad, para obtener así una muestra representativa sin que se presenten sesgos, ya que, si no se logra una elección aleatoria, la muestra no abarcaría los atributos generales de la población a estudiar (Stewart 2024).

A pesar de sus restricciones, el muestreo “bola de nieve” representa múltiples ventajas en su ocupación. Ya que, permite acceder a aquellas poblaciones que no se exhiben tanto y que de otro modo serían difíciles de dar a conocerlas, esto a través del levantamiento de una red de participantes a través referencias.

Asimismo, para fomentar la mejora continua y superar las limitaciones representadas con anterioridad, se han elaborado una serie de técnicas complementarias. Siendo una de ellas el “muestreo segmentado”, que consiste en realizar un estudio preliminar para comprender la cultura, así como sus interacciones dentro de una población específica denominado “evaluación etnográfica inicial” esto con el fin de identificar redes en la población. Una vez establecidas estas redes se generarán subgrupos considerados como muestras por conglomerados, dando como resultado la toma de grupos en lugar de individuos de manera aislada, reduciendo el sesgo de cobertura y aumentar la representatividad (Baltar y Gorjup 2012, pp. 131-132).

Otra técnica empleada es el “muestreo por redes sociales” que relaciona la técnica de bola de nieve con un sistema de selección controlada, que permita elegir participantes o reclutadores encargados de asegurar resultados más precisos y representativos. Por último, el “muestreo de tiempo y espacio” que se presenta como una técnica complementaria que ayude a emparejar de manera aleatoria a sujetos en un lugar y hora específicos (Baltar y Gorjup 2012, pp. 131-132).

Muestreo accidental o consecutivo

Esta técnica se caracteriza por ser uno de los métodos no probabilísticos más ocupados, que si se emplea de una manera óptima su representatividad equivaldría a los modelos probabilísticos (Robledo 2005, p. 5). La metodología aplicada en esta técnica se basa en reclutar casos de estudio suficientes para obtener el tamaño de muestra deseado, bajo los requerimientos planteados para el mismo (Otzen y Manterola 2017, p. 230). El proceso de reclutamiento se lleva a cabo de forma casual, coordinando el lugar de estudio y los individuos a estudiar que accidentalmente se encuentren a disposición (Robledo 2005, p. 5).

Esta técnica tiene cierta similitud con el muestreo por conveniencia, con la excepción de que el muestreo consecutivo busca incluir a la mayor parte de involucrados posibles como fragmento integral de la muestra (Salgado 2019, p. 33). Por ejemplo, si establecemos como objetivo de estudio el conocer la cantidad de casos sobre afectaciones a la piel producto de la actividad petrolera, se podría realizar un muestreo consecutivo, escogiendo a todos los individuos que viven en áreas circundantes a zonas hidrocarburíferas y que acudan al centro de salud durante un periodo de tiempo de 6 meses.

Ventajas y Desventajas

Al tener como base el reclutar al máximo número de individuos presentes en una población elegida y en un lapso determinado, el principal problema que resalta es el intervalo de tiempo que se asigne al estudio. Ya que si el periodo es corto no se identificarían las variaciones que se generen posterior a las fechas establecidas generando que la muestra presente sesgos. Asimismo, un error común en este tipo de casos de estudios es descontinuar el reclutamiento o registro de datos ya establecidos, provocando alteraciones debido a las interrupciones generadas (Robledo 2005, p. 5). Por otro lado, si el investigador no puede alcanzar datos concretos con una sola muestra, al tener varios registros optará por utilizar la segunda muestra y de manera consecutiva, se repetirá este proceso para obtener resultados adecuados para el estudio (Muguira 2024).

Muestreo estratificado

Este tipo de muestreo divide a la población en grupos o clases, llamados estratos. Las unidades dentro de cada estrato deben ser bastantes homogéneas, respecto a las características que se van a evaluar. Por ejemplo, para conocer la opinión de la población sobre el rendimiento de la selección de fútbol de Ecuador en la Copa América, se puede utilizar una muestra estratificada según las edades.

De cada estrato se toma una submuestra representativa, para seleccionarlos se puede utilizar el muestreo aleatorio o sistemático. Por otra parte, existe tipos de muestreo estratificado que se dividen según las características de las unidades de los estratos.

Muestra estratificada proporcional: El tamaño de la muestra de cada estrato es proporcional con el tamaño relativo de estrato en la población.

Muestra estratificada desproporcionada: Muestreo que esta inversamente relacionada con la homogeneidad de las unidades del estrato. Esto significa que entre más homogéneo sea el estrato, menor será su proporción incluida en la muestra.

Cuando la muestra es bastante homogénea, se selecciona una submuestra más pequeña, para que sea más representativo (Porras 2017, pp. 5-6)

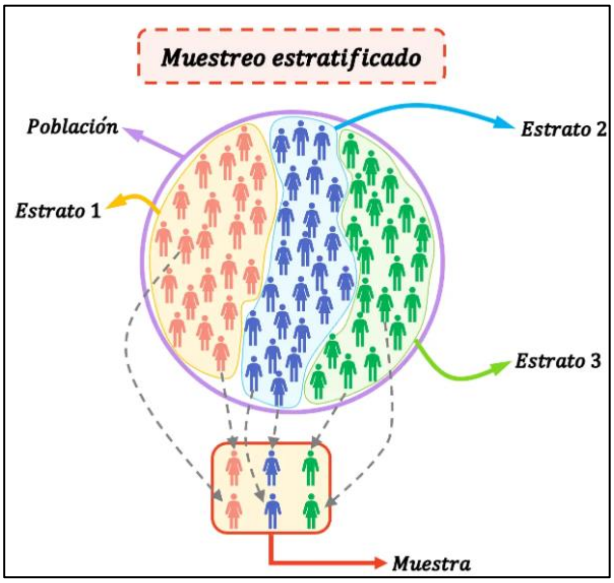


Figura 16. Muestreo estratificado Fuente: Autor, Probabilidad y Estadística, 2021.

Muestreo por cuotas

Este muestreo es de tipo no probabilístico, aunque se basa en el principio de dividir a la población por estratos. Pero a diferencia del muestreo estratificado, la selección de elementos de la población para la muestra se realiza a criterio del investigador. Para seleccionar una muestra de n elementos de una población N, se realiza lo siguiente:

a) A la población se la divide en k estratos (edad, sexo, profesión, etc.). Si los estratos tienen:

$$N_{1,} N_2, \dots N_K \quad entonces \quad N = N_1 + N_2 + \cdots + N_K$$

b) El investigador elije las cuotas, basado en su criterio o criterios adaptados a la muestra.

$$n_{1,} n_{2,} \dots n_K \ Se\ toman\ de\ cada\ estrato$$

$$n = n_1 + n_2 + \cdots + n_K$$

c) Los elementos que se eligen en cada estrato se realizan mediante el método n probabilístico.

Criterio de elección

Elección simple: Las cuotas son iguales en los estratos, donde se selecciona n/k individuos.

Elección proporcional al tamaño del estrato: La cuota en cada estrato es proporcional a los elementos de dicho estrato. Donde se tomarán ni elementos. La cual se calcula con la siguiente formula.

$$ni = n\frac{Ni}{N}$$

Donde:

N: número de elementos de la población

n: número de elementos de la muestra

Ni: número de elementos del estrato i

Elección proporcional a la variedad del estrato: Si sabemos cuán variable es una característica en los diferentes estratos, asignamos cuotas de acuerdo con esa variabilidad. Así, un grupo con mayor variabilidad recibirá una cuota mayor (Parra, 2023, p. 9-10).

Aplicaciones de los muestreos

Por conveniencia.

Supongamos que un investigador quiere estudiar las preferencias de sabor de helados entre los estudiantes de una universidad. Debido a limitaciones de tiempo, decide utilizar el muestreo por conveniencia.

Primer paso:

Se define la población: La población objetivo son todos los estudiantes de la universidad.

Segundo paso:

Se selecciona la muestra: El investigador se sitúa en la cafetería de la universidad durante la hora del almuerzo, Pregunta a los estudiantes que pasan por allí si quieren participar en una encuesta sobre sus sabores de helado favoritos.

Tercer paso:

La recolección de datos: Se plantean preguntas que serán contestadas por 30 estudiantes que aceptan participar.

Las preguntas podrían incluir: "¿Cuál es tu sabor de helado favorito?" y "¿Con qué frecuencia consumes helado?"

Cuarto paso:

Análisis de resultados: El investigador analiza las respuestas para identificar tendencias y preferencias.

Por ejemplo, puede encontrar que el 40% prefiere chocolate, el 30% vainilla y el 30% fresa.

Muestreo estratificado

Supongamos que un investigador quiere estudiar la satisfacción de los estudiantes con los servicios de la universidad. La población está compuesta por estudiantes de diferentes facultades: Ciencias, Artes y Negocios.

Definición de la población: La población objetivo son todos los estudiantes de la universidad, divididos en tres facultades.

Primer paso:

Identificación de los estratos:

Estrato 1: Estudiantes de Ciencias, Estrato 2: Estudiantes de Artes, Estrato 3: Estudiantes de Negocios

Segundo paso:

Determinación del tamaño de la muestra: Supongamos que hay 300 estudiantes en total: 100 estudiantes de Ciencias, 100 estudiantes de Artes, 100 estudiantes de Negocios. El investigador decide tomar una muestra total de 60 estudiantes (20 de cada facultad).

Tercer Paso:

Selección de la muestra:

Para cada estrato, el investigador utiliza un muestreo aleatorio simple para seleccionar 20 estudiantes: Selecciona 20 estudiantes aleatoriamente de los 100 de Ciencias, Selecciona 20 estudiantes aleatoriamente de los 100 de Artes, Selecciona 20 estudiantes aleatoriamente de los 100 de Negocios.

Cuarto paso:

Recolección de datos:

El investigador realiza encuestas a los 60 estudiantes seleccionados, preguntando sobre su satisfacción con los servicios de la universidad.

Quinto paso:

Análisis de resultados:

El investigador analiza las respuestas para identificar diferencias en la satisfacción entre las facultades, por ejemplo, puede encontrar que los estudiantes de Ciencias tienen una satisfacción promedio de 4.5/5, los de Artes 3.8/5, y los de Negocios 4.2/5.

Muestreo por cuotas

En una empresa de 1000 empleados se quiere analizar el nivel de estrés:

Para ello se determina la edad en los estratos propuestos en la investigación y con base en los rangos de edades establecidos se realizan las siguientes agrupaciones:

Tabla 7. Ventajas y desventajas del muestreo deliberado

Estrato	*Edad*	*Cantidad*
1	18-25	200
2	26-40	600

3	Mayor a 40	200
		N=1000

Fuente: Autor, 2024

Se establece el porcentaje de acuerdo con la totalidad de empleados, si se tiene n=1000 entonces n sería el 100% y se multiplica entre la cantidad y el 100% estableciendo el tamaño de la muestra a calcular

Tabla 8. Total de empleados

Estrato	*Edad*	*Cantidad*	*Porcentaje*	*Muestra*
1	18-25	200	20%	20
2	26-40	600	60%	60
3	Mayor a 40	200	20%	20
		N=1000	100%	100

Fuente: Autor, 2024

Muestreo bola de nieve

Un investigador quiere estudiar las experiencias de personas que han sobrevivido a una neumonía en un rango determinado de tiempo. Debido a la naturaleza específica de la población, el investigador decide utilizar el muestreo bola de nieve.

Primer paso: Se define la población: La población objetivo son las personas que han sobrevivido a la neumonía.

Segundo paso: Se identifica primera muestra: El investigador contacta a una organización de apoyo a pacientes y obtiene la información de contacto de un sobreviviente, Ana, quien comparte su experiencia y sugiere a otras dos personas que también han sobrevivido a la enfermedad: Carlos y Beatriz.

Generando más entrevistas: El investigador contacta a Carlos y Beatriz, realiza entrevistas con ambos y les pide que recomienden a más sobrevivientes. Carlos sugiere a David y Elena, mientras que Beatriz sugiere a Fernando. El investigador sigue contactando a cada nuevo participante recomendado, realizando entrevistas y pidiendo más recomendaciones.

Este proceso continúa hasta que el investigador alcanza un número suficiente de entrevistas (por ejemplo, 15 participantes).

Tercer paso: Análisis de resultados: Una vez que se han recopilado las entrevistas, el investigador analiza las experiencias compartidas, buscando patrones y temas comunes

Muestreo Consecutivo

Un investigador quiere estudiar la opinión de los consumidores sobre un nuevo producto en una tienda. Debido a la necesidad de resultados rápidos.

Primer paso: Se define la población: La población objetivo son todos los clientes que compran en la tienda.

Segundo paso: Recolección de datos: El investigador se sitúa en la entrada de la tienda durante una tarde de sábado, a medida que los clientes entran o salen, el investigador les pide que participen en una breve encuesta sobre su opinión del nuevo producto.

Tercer paso: Se selecciona muestra: El investigador realiza la encuesta a los primeros 50 clientes que acceden a la tienda. No hay criterios de selección específicos más allá de que los clientes estén disponibles en ese momento.

Cuarto paso: Análisis de resultados: Una vez que se han recopilado las encuestas, el investigador analiza las respuestas para identificar tendencias en la opinión de los consumidores sobre el producto

Tipos de diseño experimental

Diseño de un solo factor (Unifactorial)

El diseño unifactorial es un enfoque experimental utilizado en la investigación que permite analizar el efecto de un solo factor (o variable independiente) sobre una variable dependiente. Este tipo de diseño es fundamental en estudios donde se busca establecer una relación clara y directa entre un factor específico y sus efectos. El diseño unifactorial se utiliza cuando ciertas observaciones sufren la influencia de cierto factor a, el cual se puede presentar en T niveles diferentes, de forma que para cada uno de ellos se realizan muestras independientes de tamaño ni, con i= 1, 2, ..., T,

Los diseños unifactoriales se caracterizan porque estudian el influjo de una sola variable independiente sobre una variable dependiente en dos o más grupos equivalentes en la cual el investigar solo manipula una variable independiente, que como mínimo debe tener dos valores.

- Simplicidad: Se centra en un solo factor, lo que facilita la interpretación de los resultados.
- Control: Permite un control más riguroso sobre las variables externas, reduciendo la variabilidad no deseada.
- Aleatorización: Los sujetos o unidades experimentales se asignan aleatoriamente a los diferentes niveles del factor, minimizando sesgos.
- Repetibilidad: Los experimentos pueden ser replicados para validar los resultados.
- Análisis Estadístico: Generalmente se utilizan ANOVA (Análisis de Varianza) para evaluar las diferencias entre los grupos. (Fernández, 2015)

Caso de un factor con dos niveles

Un diseño experimental con un factor y dos niveles es una estructura básica y fundamental en la investigación científica. Este diseño permite evaluar el efecto de una variable independiente (factor) sobre una variable dependiente, comparando dos condiciones o tratamientos diferentes (niveles). Es uno de los diseños más simples y efectivos para determinar causación y diferencias significativas entre dos grupos.

Conceptos:

Factor: La variable independiente que se manipula o clasifica. Por ejemplo, "tipo de tratamiento" o "tipo de fertilizante".

Niveles: Las diferentes condiciones o categorías del factor. En este caso, hay solo dos niveles. Por ejemplo, "Tratamiento A" y "Tratamiento B".

Variable Dependiente: La variable medida para evaluar el efecto del factor. Por ejemplo, "crecimiento de las plantas", "tiempo de reacción", etc.

Procedimiento

Definición de Hipótesis:

- **Hipótesis Nula** (H0H_0H0): No hay diferencia significativa entre los dos niveles del factor.
- **Hipótesis Alternativa** (HaH_aHa): Hay una diferencia significativa entre los dos niveles del factor.

Asignación Aleatoria: Los sujetos o unidades experimentales deben ser asignados aleatoriamente a cada nivel del factor para minimizar sesgos y asegurar la validez del experimento.

Recolección de Datos: Medición de la variable dependiente en cada uno de los niveles del factor.

Análisis Estadístico: La prueba t para muestras independientes es comúnmente utilizada para comparar las medias de los dos grupos y determinar si las diferencias son estadísticamente significativas.

Ventajas y limitaciones del diseño unifactorial.

Ventajas:

- Simplicidad en el diseño y análisis.
- Fácil interpretación de los resultados.
- Menos recursos necesarios en comparación con diseños más complejos.

Limitaciones:

- No se puede generalizar a más de dos niveles sin modificar el diseño.
- Puede no controlar todas las variables externas que pueden influir en la variable dependiente (Montgomery, 2017).

Caso factor con k ≥ z niveles

El diseño experimental es un método eficaz de planificar, realizar y analizar experimentos para obtener la mayor cantidad de información posible con un número mínimo de experimentos. Uno de los elementos clave del diseño experimental es la identificación y control de factores, que son variables independientes que se manipulan en un experimento para observar su efecto sobre la variable dependiente. En el diseño experimental, los factores con niveles más altos de K ≥ Z son situaciones en las que un factor puede tener más niveles que otro factor. Por ejemplo, si el factor A tiene 5 niveles (K=5) y el factor B tiene 3 niveles (Z=3), entonces el factor A se considera el factor con mayor nivel K ≥ Z.

Esta estadística de prueba es apropiada para muestras grandes donde no se puede hacer la suposición de varianzas iguales para las dos muestras. En este caso, se espera una mayor varianza para el modelo nulo. La hipótesis nula de que $\mu N = \mu 0$ puede probarse contra la alternativa de una cola que $\mu 0 < \mu n$ usando Z, donde, $\mu 0$ y μn se refieren a medios de población para los modelos conjunto y nulo.

En este diseño, las unidades experimentales se asignan aleatoriamente a diferentes niveles de factores. La aleatorización es esencial para garantizar que los efectos observados sean causados por el tratamiento y no por otros factores no controlados. El número de replicaciones para cada nivel de factor puede ser igual o diferente, pero se recomienda mantener un diseño equilibrado para facilitar el análisis estadístico. El análisis de datos para tales diseños generalmente se realiza mediante análisis de varianza unidireccional (ANOVA). El análisis de varianza le permite determinar si existen diferencias significativas entre las medias de los factores en diferentes niveles. Si se encuentran diferencias significativas, se pueden realizar pruebas post hoc como la prueba de Tukey o la prueba de Duncan para determinar específicamente entre qué clases existen estas diferencias (Cochran, 1957).

Análisis de Varianza

El Análisis de Varianza (ANOVA) es un conjunto de técnicas estadísticas de gran utilidad y ductilidad. Es útil cuando hay más de dos grupos que necesitan ser comparados, cuando hay mediciones repetidas en más de dos ocasiones, cuando los sujetos pueden variar en una o más características que afectan el resultado y se necesita ajustar su efecto o cuando se desea analizar simultáneamente el efecto de dos o más tratamientos diferentes. (Dagnino at el, 2014)

- La forma más simple es el llamado ANOVA de una vía o factor, cuando existe una sola variable independiente para clasificar a los sujetos y dos o más niveles (que definen los grupos) de ella.
- Las otras formas de ANOVA (de 2 o más factores o de medidas repetidas) son extensiones basadas en el mismo raciocinio.
- El lector debe tener una comprensión del raciocinio global y la manera de presentar los resultados del ANOVA para que este resulte inteligible. El uso de las formas más elaboradas requiere de la asistencia de un estadístico profesional.

Se usa un ANOVA en cuatro situaciones:

Cuando hay más de dos grupos que necesitan ser comparados, también puede ser usado para comparar solamente dos grupos; de hecho, el test t de Student es un caso especial de ANOVA de una vía.

a. Cuando hay mediciones repetidas en más de dos ocasiones o cuando hay dos o más grupos en quienes se hacen mediciones repetidas en dos ocasiones.

b. Cuando los sujetos pueden variar en una o más características que afectan el resultado y se necesita ajustar su efecto.

c. Cuando se desea analizar simultáneamente el efecto de dos tratamientos diferentes, cuando el efecto de cada uno por separado y su posible interacción es importante. (Pardo, 2012).

El Anova requiere el cumplimiento los siguientes supuestos:

- Las poblaciones (distribuciones de probabilidad de la variable dependiente correspondiente a cada factor) son normales.
- Las K muestras sobre las que se aplican los tratamientos son independientes.
- Las poblaciones tienen todas igual varianza (homoscedasticidad).

Suma de cuadrados

La suma de cuadrados es una medida que se utiliza en ANOVA para evaluar la variabilidad en los datos y se utiliza para calcular el estadístico F, que ayuda a determinar si existen diferencias significativas entre las medias de los grupos. Un valor alto de F sugiere que al menos uno de los grupos es significativamente diferente de los demás, lo que convierte a la suma de cuadrados en una herramienta poderosa para comparar múltiples grupos en estudios estadísticos. (Restrepo, 2007)

Esta se divide en:

- Suma de Cuadrados Total (SST): Variabilidad total en los datos.
- Suma de Cuadrados entre Grupos (SSB): Variabilidad debida a las diferencias entre las medias de los grupos.
- Suma de Cuadrados dentro de Grupos (SSW): Variabilidad dentro de cada grupo

Numero de Fisher Calculado

El F calculado es el estadístico que se utiliza en ANOVA para determinar si hay diferencias significativas entre los grupos. Se calcula como la razón de la variabilidad entre grupos a la variabilidad dentro de los grupos. Un valor alto de F indica que es probable que haya diferencias significativas.

Pasos para calcular el F

- **Formular las hipótesis:**

Hipótesis nula (H0): Todas las medias de los grupos son iguales.

Hipótesis alternativa (Ha): Al menos una media es diferente.

- Calcular las medias:

Calcular la media de cada grupo y la media general (media de todos los datos).

- Calcular la suma de cuadrados:

La suma de cuadrados se utiliza para descomponer la variabilidad total en componentes atribuibles a diferentes fuentes de variación.

Prueba de Rangos múltiples

Las pruebas de rangos múltiples son técnicas estadísticas utilizadas después de un ANOVA para identificar qué grupos son significativamente diferentes entre sí. Ejemplos incluyen la prueba de Tukey, Bonferroni y Scheffé. Estas pruebas ayudan a controlar el error tipo I al realizar múltiples comparaciones.

Aplicaciones del diseño unifactorial

El diseño unifactorial se utiliza en diversas áreas, como:

Medicina: Evaluar la efectividad de tratamientos.

Psicología: Estudiar el impacto de diferentes condiciones en el comportamiento.

Agricultura: Comparar el rendimiento de diferentes variedades de cultivos.

Ejemplo del diseño unifactorial

En un estudio para comparar la eficiencia del uso de fertilizantes, se utilizan los fertilizantes en 30 parcelas y posteriormente se registran el peso en toneladas de la cosecha resultante en cada parcela. Los datos son los siguiente:

Tabla 9. Datos del problema

6,27	*5,36*	*6,39*	*4,85*	*5,99*	*7,14*	*5,08*	*4,07*	*4,35*	*4,95*
3,07	3,29	4,04	4,19	3,41	3,75	4,87	3,94	6,28	3,15
4,04	3,79	4,56	4,55	4,55	4,55	3,53	3,71	7,00	4,61

Fuente. Autor, 2024

HIPÓTESIS

Hipótesis nula: No existe diferencia significativa entre el peso promedio de la cosecha obtenido con los diferentes tipos de fertilizante (A, B y C).

Hipótesis alternativa: Existe al menos una diferencia significativa entre el peso promedio de la cosecha obtenido con los diferentes tipos de fertilizante (A, B y C).

Tabla 10. Numero de datos y numero de tratamientos

N=30 n=10 a=3

6,27	5,36	6,39	4,85	5,99	7,14	5,08	4,07	4,35	4,95
3,07	3,29	4,04	4,19	3,41	3,75	4,87	3,94	6,28	3,15
4,04	3,79	4,56	4,55	4,55	4,55	3,53	3,71	7,00	4,61

Fuente:Autor, 2024

Cálculos para hallar el *anova* a través de la suma de cuadrados, iniciamos con la suma de cuadrados totales.

$$SC_T = \sum_{i=1}^{a}.\sum_{j=1}^{n}.\ y\ i\ \ j^2 - \frac{y^2}{N}$$

$$y = \sum_{i=1}^{a}.\sum_{j=1}^{n}.\ y\ i\ \ j^2 = (6{,}27)^2 + (5{,}36)^2 + (6{,}39)^2 \ldots \ldots \ldots + (4{,}61)^2 = 683{,}3541$$

$$y^2 = \left(\sum_{i=1}^{a}.\sum_{j=1}^{n}.\ y\ i\ \ j^2\right)^2 = (6{,}27 + 5{,}36 + 6{,}39 + 4.85 \ldots \ldots .. +7{,}00 + 4{,}61)^2 = 19407{,}2761$$

$$\frac{y^2}{N} = \frac{19407{,}2761}{30} = 646{,}9092$$

$$SC_T = \sum_{i=1}^{a}.\sum_{j=1}^{n}.\ y\ i\ \ j^2 - \frac{y^2}{N} = \ 683{,}3541 - 646{,}9092$$

$$SC_T = 36{,}4449$$

Suma de cuadrados de los tratamientos.

$$= \sum_{i=1}^{a}.\ \frac{y_i^2}{n_i} - \frac{y^2}{N} \qquad\qquad y^2 = \left(\sum_{i=1}^{n}.\ y_{ij}\right)^2$$

$$A_1 = \frac{(\sum A_1)^2}{n}$$

$$A_1 = \frac{(6{,}27 + 5{,}36 + 6{,}39 \ldots \ldots \ldots .. +4{,}35 + 4{,}95)^2}{10} = 296.4802$$

$$A_2 = \frac{(\sum A_2)^2}{n}$$

$$A_2 = \frac{(3{,}07 + 3.29 + 4{,}04 \ldots \ldots \ldots \ldots . +6{,}28 + 3{,}15)^2}{10} = 159.9200$$

$$A_3 = \frac{(\sum A_3)^2}{n}$$

$$A_3 = \frac{(4{,}04 + 3{,}29 + 456 \ldots \ldots \ldots \ldots + 7{,}00 + 461)^2}{10} = 201.3316$$

$$SC_t = \sum_{i=1}^{a} . \frac{y_i^2}{n_i} - \frac{y^2}{N} \qquad SC_t = [296{,}4802 + 159{,}9200 + 201{,}3316] - 646{,}9092$$

$$SC_t = 657{,}7318 - 646{,}9092$$

$$SC_t = 10{,}8226$$

Suma de cuadrados del error.

$$SC_{error} = SC_T - SC_t$$

$$SC_{error} = 36{,}4449 - 10{,}8226$$

$$SC_{error} = 25{,}6223$$

Suma de cuadrados medios de los tratamientos.

$$CM_{tratamientos} = \frac{SC_t}{a-1}$$

$$CM_{tratamientos} = \frac{10{,}8226}{3-1}$$

$$CM_{tratamientos} = 5{,}4113$$

Cuadrado medio del error

$$CM_{error} = \frac{SC_{error}}{N-a}$$

$$CM_{error} = \frac{25{,}6223}{30-3}$$

$$CM_{error} = 0{,}9489$$

Numero de Fisher calculado

$$= \frac{CM_{tratamiento}}{CM_{error}}$$

$$F_c = \frac{5{,}4113}{0{,}9489}$$

$$F_c = 5{,}7027$$

Consideraciones para hallar el número de Fisher tabulado

V1= Grados de libertad del numerador

Número total de tratamientos – 1

V1= 3 – 1

V1= 2

V2= Grados de libertad del numerador

Número total de datos – Número total de tratamientos

V2= 30 – 3

V2= 27

Con estos resultados nos dirigimos a la tabla de tabulación donde:

V1= 2 (Lo encontramos en la primera fila)

V2= 27 (Lo encontramos en la segunda fila)

Y el número que intercepta entre estas dos es el valor tabulado, en este caso fue: FT= 3.354, como podemos ver en la siguiente figura.

$\alpha = 0.05$

Valores Críticos q' (p, df; 0.05) para pruebas de Rango Múltiple de Duncan

df p->	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	17.969	17.[illegible]69	17.969	17.969	17.969	17.969	17.969	17.969	17.969	17.969	17.969	17.969	17.969	17.969	17.969	17.969	17.969	17.969	17.969
2	6.085	6.[illegible]85	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085
3	4.501	4.[illegible]16	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516	4.516
4	3.926	4.[illegible]13	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033	4.033
5	3.635	3.[illegible]49	3.796	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814
6	3.460	3.[illegible]86	3.649	3.680	3.694	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697	3.697
7	3.344	3.[illegible]77	3.548	3.588	3.611	3.622	3.625	3.625	3.625	3.625	3.625	3.625	3.625	3.625	3.625	3.625	3.625	3.625	3.625
8	3.261	3.[illegible]98	3.475	3.521	3.549	3.566	3.575	3.579	3.579	3.579	3.579	3.579	3.579	3.579	3.579	3.579	3.579	3.579	3.579
9	3.199	3.[illegible]39	3.420	3.470	3.502	3.523	3.536	3.544	3.547	3.547	3.547	3.547	3.547	3.547	3.547	3.547	3.547	3.547	3.547
10	3.151	3.[illegible]93	3.376	3.430	3.465	3.489	3.505	3.516	3.522	3.525	3.525	3.525	3.525	3.525	3.525	3.525	3.525	3.525	3.525
11	3.113	3.[illegible]56	3.341	3.397	3.435	3.462	3.480	3.493	3.501	3.506	3.509	3.510	3.510	3.510	3.510	3.510	3.510	3.510	3.510
12	3.081	3.[illegible]25	3.312	3.370	3.410	3.439	3.459	3.474	3.484	3.491	3.495	3.498	3.498	3.498	3.498	3.498	3.498	3.498	3.498
13	3.055	3.[illegible]00	3.288	3.348	3.389	3.419	3.441	3.458	3.470	3.478	3.484	3.488	3.490	3.490	3.490	3.490	3.490	3.490	3.490
14	3.033	3.[illegible]78	3.268	3.328	3.371	3.403	3.426	3.444	3.457	3.467	3.474	3.479	3.482	3.484	3.484	3.484	3.484	3.484	3.484
15	3.014	3.[illegible]60	3.250	3.312	3.356	3.389	3.413	3.432	3.446	3.457	3.465	3.471	3.476	3.478	3.480	3.480	3.480	3.480	3.480
16	2.998	3.[illegible]44	3.235	3.297	3.343	3.376	3.402	3.422	3.437	3.449	3.458	3.465	3.470	3.473	3.476	3.477	3.477	3.477	3.477
17	2.984	3.[illegible]30	3.222	3.285	3.331	3.365	3.392	3.412	3.429	3.441	3.451	3.459	3.465	3.469	3.472	3.474	3.475	3.475	3.475
18	2.971	3.[illegible]17	3.210	3.274	3.320	3.356	3.383	3.404	3.421	3.435	3.445	3.454	3.460	3.465	3.469	3.472	3.473	3.474	3.474
19	2.960	3.[illegible]06	3.199	3.264	3.311	3.347	3.375	3.397	3.415	3.429	3.440	3.449	3.456	3.462	3.466	3.469	3.472	3.473	3.474
20	2.950	3.[illegible]97	3.190	3.255	3.303	3.339	3.368	3.390	3.409	3.423	3.435	3.445	3.452	3.459	3.463	3.467	3.470	3.472	3.473
df p->	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	2.941	3.[illegible]88	3.181	3.247	3.295	3.332	3.361	3.385	3.403	3.418	3.431	3.441	3.449	3.456	3.461	3.465	3.469	3.471	3.473
22	2.933	3.[illegible]80	3.173	3.239	3.288	3.326	3.355	3.379	3.398	3.414	3.427	3.437	3.446	3.453	3.459	3.464	3.467	3.470	3.472
23	2.926	3.[illegible]72	3.166	3.233	3.282	3.320	3.350	3.374	3.394	3.410	3.423	3.434	3.443	3.451	3.457	3.462	3.466	3.469	3.472
24	2.919	3.[illegible]66	3.160	3.226	3.276	3.315	3.345	3.370	3.390	3.406	3.420	3.431	3.441	3.449	3.455	3.461	3.465	3.469	3.472
25	2.913	3.[illegible]59	3.154	3.221	3.271	3.310	3.341	3.366	3.386	3.403	3.417	3.429	3.439	3.447	3.454	3.459	3.464	3.468	3.471
26	2.907	3.054	3.149	3.216	3.266	3.305	3.336	3.362	3.382	3.400	3.414	3.426	3.436	3.445	3.452	3.458	3.463	3.468	3.471
27	[illegible]	3.049	3.144	3.211	3.262	3.301	3.332	3.358	3.379	3.397	3.412	3.424	3.434	3.443	3.451	3.457	3.463	3.467	3.471
28	2.897	[illegible]	3.139	3.206	3.257	3.297	3.329	3.355	3.376	3.394	3.409	3.422	3.433	3.442	3.450	3.456	3.462	3.467	3.470
29	2.892	3.039	3.135	3.202	3.253	3.293	3.326	3.352	3.373	3.392	3.407	3.420	3.431	3.440	3.448	3.455	3.461	3.466	3.470
30	2.888	3.035	3.131	3.199	3.250	3.290	3.322	3.349	3.371	3.389	3.405	3.418	3.429	3.439	3.447	3.454	3.460	3.466	3.470
31	2.884	3.031	3.127	3.195	3.246	3.287	3.319	3.346	3.368	3.387	3.403	3.416	3.428	3.438	3.446	3.454	3.460	3.465	3.470
32	2.881	3.028	3.123	3.192	3.243	3.284	3.317	3.344	3.366	3.385	3.401	3.415	3.426	3.436	3.445	3.453	3.459	3.465	3.470
33	2.877	3.024	3.120	3.188	3.240	3.281	3.314	3.341	3.364	3.383	3.399	3.413	3.425	3.435	3.444	3.452	3.459	3.465	3.470
34	2.874	3.021	3.117	3.185	3.238	3.279	3.312	3.339	3.362	3.381	3.398	3.412	3.424	3.434	3.443	3.451	3.458	3.464	3.469
35	2.871	3.018	3.114	3.183	3.235	3.276	3.309	3.337	3.360	3.379	3.396	3.410	3.423	3.433	3.443	3.451	3.458	3.464	3.469
36	2.868	3.015	3.111	3.180	3.232	3.274	3.307	3.335	3.358	3.378	3.395	3.409	3.421	3.432	3.442	3.450	3.457	3.464	3.469

Diseño de bloques al azar

El Diseño de Bloques Completamente al Azar (DBCA) es una técnica experimental ampliamente reconocida y utilizada en la búsqueda de controlar la variabilidad en las condiciones experimentales. Esta metodología se caracteriza por la segmentación de las unidades experimentales en bloques homogéneos, en los cuales cada bloque contiene todos los tratamientos asignados de manera aleatoria. La utilidad del DBCA radica en su capacidad para abordar fuentes de variabilidad conocidas que pueden afectar los resultados del experimento, pero que no son de interés directo para el estudio (Pérez, 2018).

Un diseño experimental de bloques al azar se considera completo cuando cada bloque tiene el mismo número de tratamientos, lo que permite una mayor precisión en los resultados. Ejemplos de bloques pueden ser un lote de materia prima, un turno, un día, un operador de máquina, un método, entre otros. Al considerar factores adicionales que se incorporan al experimento de manera explícita, se denominan factores de bloque, y en un diseño en bloques completos al azar (DBCA) se tienen en cuenta tres fuentes de variación: el factor de tratamiento, el factor de bloque y el error aleatorio (Mendiburu, 2019).

Esta última característica es fundamental, ya que se prueban todos los tratamientos en cada bloque y la aleatorización se realiza dentro de cada bloque, lo que garantiza la imparcialidad y la objetividad en los resultados. En un diseño experimental que supone k tratamientos y b bloques, el número de observaciones se determina mediante la fórmula $N = k.\, b$, lo que permite calcular con precisión el tamaño de la muestra necesaria para alcanzar conclusiones confiables.

$$\mathrm{Yij} = \mu + \tau\mathrm{i} + \gamma\mathrm{j} + \varepsilon\mathrm{ij};\begin{cases}\mathrm{i} = 1, 2, \ldots, \mathrm{k}\\ \mathrm{j} = 1, 2, \ldots, \mathrm{b}\end{cases}$$

En este contexto, Yij representa la medición correspondiente al tratamiento i y al bloque j, es decir, se trata de la variable respuesta que se busca analizar. Por otro lado, μ hace referencia a la media global poblacional, que se considera como la media de la población de la que se han extraído las muestras. Los términos τi y γj, por su parte, corresponden a los efectos debidos al tratamiento i y al bloque j, respectivamente, y representa el impacto que estos dos factores tienen sobre la variable respuesta. Finalmente, εij es el error aleatorio atribuible a la medición Yij, lo que implica que se considera como una fuente de variabilidad que no se puede explicar por los factores mencionados anteriormente.

Características del Diseño de bloques al azar	Las unidades experimentales presentan un gradiente de variación que no se puede controlar, pero que se puede identificar.
	El gradiente se descompone en bloques transversales a éste. Las unidades experimentales son homogéneas dentro de cada bloque, pero existe variación entre bloques.
	Existen dos factores: bloques (no controlados) y tratamientos (controlados).
	No hay interacción entre bloques y tratamientos, esta forma parte del error experimental cuando hay una repetición por bloque.
	La aleatorización es restringida, es decir, dentro de cada bloque se asignan al azar los tratamientos a las unidades experimentales.
	El número de repeticiones por tratamiento es igual al número de bloques.

Ventajas y desventajas

VENTAJAS

Al evaluar los tratamientos bajo diferentes condiciones se amplía la base inferencial del experimento

Aumenta la potencia de la prueba porque la acumulada atribuible a la heterogeneidad de las unidades experimentales es extraída del error experimental

Hay cierta flexibilidad, pues

DESVENTAJAS

El diseño de bloques aleatorizado no es adecuado si existe interacción entre los bloques y los tratamientos, es decir, si los efectos de tales factores no son aditivos.

Puede ser muy difícil conseguir bloques homogéneos.

U[illegible]ño d[illegible]

El diseño experimental aleatorizado en bloques (DBCA) es uno de los métodos más ampliamente utilizados, debido a su capacidad para reducir el error experimental y controlar la variabilidad entre las unidades experimentales. La formación de bloques permite eliminar la contribución de fuentes de variación conocidas, lo que a su vez permite obtener resultados más precisos y confiables.

El DBCA se utiliza en una amplia gama de campos, incluyendo la agricultura, la investigación con animales, la industria y la investigación médica. En la agricultura, por ejemplo, es común su aplicación en experimentos de campo donde la fertilidad del suelo puede variar. De esta manera, se pueden controlar los factores que afectan el crecimiento de los cultivos y evaluar el efecto de diferentes tratamientos, como la aplicación de fertilizantes o la implementación de nuevas técnicas de cultivo.

En la investigación agronómica, el DBCA se aplica para evaluar el efecto de diferentes tratamientos en cultivos, permitiendo un control efectivo de la variabilidad del terreno. Esto es crucial para obtener resultados precisos y confiables en estudios de rendimiento de cultivos (Gómez, 1984). De igual manera, se utiliza para comparar la efectividad de distintos fertilizantes en condiciones controladas, lo que permite una evaluación más objetiva de su impacto en el crecimiento de los cultivos (Montgomery, 2017).

Además, el DBCA se utiliza en la evaluación de variedades de cultivos, permitiendo comparar el rendimiento de diferentes variedades bajo condiciones homogéneas. Esto facilita la selección de las variedades más productivas y la mejora de la producción agrícola (Cochran y Cox, 1957). En la investigación de la efectividad de productos químicos, como plaguicidas y herbicidas, el DBCA ayuda a controlar la variabilidad del suelo y las condiciones ambientales, permitiendo una evaluación más precisa de los tratamientos (Kuehl, 2000).

El DBCA también se utiliza en el desarrollo de nuevas tecnologías agrícolas, como la prueba de nuevas técnicas de cultivo o manejo agrícola, evaluando su efectividad en comparación con métodos tradicionales (Pérez y González, 2018). Además, su aplicación se extiende a otros campos, como las ciencias sociales, donde se utiliza para controlar la variabilidad entre grupos de sujetos en experimentos (Field, 2013).

1.1.6.1 ANOVA en el diseño de boques al azar

En el contexto del diseño de bloques al azar, el análisis de varianza (ANOVA) se configura como una herramienta estadística fundamental para la interpretación de los resultados, permitiendo separar la variabilidad total observada en el experimento en sus componentes esenciales. La ANOVA se centra en la descomposición de la variabilidad total en partes atribuibles a cada una de las fuentes de variación del experimento, lo que en el caso de un diseño de bloques al azar implica la separación de la variabilidad debida a los tratamientos, los bloques y el error experimental.

Para lograr esto, se emplea la suma total de cuadrados como medida de la variabilidad total presente en las observaciones, la cual se puede descomponer en dos componentes fundamentales: la suma de cuadrados de tratamientos y la suma de cuadrados de error. Al considerar un total de N observaciones y k tratamientos o factores de interés, se pueden establecer los grados de libertad y, posteriormente, calcular los cuadrados medios, que representan una estimación de la magnitud de cada fuente de variabilidad.

De esta manera, la tabla ANOVA resultante incluye las fuentes de variación, las sumas de cuadrados, los grados de libertad, los cuadrados medios y el valor F, que se utiliza para probar la hipótesis de igualdad de medias de los tratamientos, lo que permite a los investigadores evaluar la significación estadística de los resultados y tomar decisiones informadas en función de los datos.

Tabla 11. Tabla ANOVA para diseño de bloques al azar.

Fuente de variabilidad	**Suma de cuadrados**	**Grados de libertad**	**Cuadrado medio**	$\boldsymbol{F_0}$	**Valor-p**
Tratamientos	$SC_{TRATAMIENTO}$	$k-1$	SM_{TRAT}	$\frac{CM_{TRAT}}{SM_B}$	$P(F > F_0)$
Bloques	SC_B	$\mathrm{b}-1$	SM_B	$\frac{CM_B}{SM_E}$	$P(F > F_0$
Error	SC_E	$(k-1)(\mathrm{b}-1)$	SM_E		
Total	SC_t	$k.b-1$			

Fuente: Autor , 2024

Prueba de rangos múltiples

La prueba de rangos múltiple es una herramienta estadística para la comparación de medias, cuando se realizan experimentos que involucran la comparación de varios tratamientos o condiciones, es común encontrar situaciones en las que se detectan diferencias significativas entre los mismos. Sin embargo, la simple detección de estas diferencias no es suficiente para Takes decisiones informadas. Es aquí donde entra en juego la prueba de rangos múltiples, una técnica estadística diseñada para comparar las medias de diferentes grupos y determinar específicamente cuáles tratamientos difieren entre sí.

La prueba de rangos múltiples es una herramienta fundamental en el análisis estadístico, ya que permite a los investigadores identificar patrones y tendencias en los datos que no serían aparentes con otros métodos. Al comparar las medias de los grupos, esta prueba proporciona una visión más detallada de los resultados, lo que a su vez permite una interpretación más precisa de los resultados prácticos del experimento.

Entre los métodos más comunes de prueba de rangos múltiples se encuentran la prueba de Tukey, la prueba de Newman-Keuls y la prueba de Duncan. Cada uno de estos métodos tiene sus propias características y ventajas, y su elección dependerá de la naturaleza específica del experimento y los objetivos de la investigación.

La prueba de Tukey, por ejemplo, es una de las pruebas más populares y ampliamente utilizadas. Esta prueba controla la tasa de error familiar y es adecuada para comparaciones entre todas las medias. Se basa en el cálculo de una diferencia mínima significativa (DMS) que se utiliza para evaluar si las diferencias entre las medias son significativas. La prueba de Tukey es particularmente útil cuando se rechaza la hipótesis nula en un ANOVA, lo que indica que al menos una media es diferente de las demás (Hsu, 1996).

Por otro lado, la prueba de Newman-Keuls y la prueba de Duncan permiten realizar comparaciones secuenciales de medias, comenzando por las más cercanas. Estos métodos son considerados más potentes que otros, aunque pueden aumentar la tasa de error tipo I. La prueba de Duncan, en particular, es menos conservadora que la prueba de Newman-Keuls y puede ser más susceptible a errores (Duncan, 1955).

Sin embargo, para que las pruebas de rangos múltiples sean confiables, es fundamental que se cumplan ciertos supuestos. Entre estos se encuentran la homogeneidad de varianzas entre los grupos y la normalidad de los datos. Si estos supuestos no se cumplen, los resultados pueden no ser confiables. Por lo tanto, es importante verificar que los datos cumplen con estos requisitos antes de aplicar cualquier prueba de rangos múltiples.

Una vez que se han aplicado las pruebas de rangos múltiples, los resultados se interpretan a través de intervalos de confianza y valores p. Un valor p menor que el nivel de significancia (comúnmente 0.05) indica que hay diferencias significativas entre las medias de los grupos comparados (Hochberg, 1988).

Supuestos para el diseño de bloques al azar

El supuesto en el Diseño de Bloques Completos al Azar (DBCA) es utilizado para evaluar la efectividad de diferentes tratamientos. Sin embargo, para que los resultados del DBCA sean válidos y confiables, es fundamental que se cumplan ciertos supuestos. En primer lugar, es esencial que las unidades experimentales dentro de cada bloque sean homogéneas, es decir, que tengan características similares. Esto es crucial para minimizar la variabilidad dentro de los bloques y asegurar que las diferencias observadas entre tratamientos se deban a los tratamientos mismos y no a variaciones en las unidades experimentales. Si las unidades experimentales no son homogéneas, puede generar sesgos en los resultados y afectar la validez de las conclusiones (Chang, 2022).

Otro supuesto fundamental es la independencia de los tratamientos y los bloques. No debe haber interacción entre los tratamientos aplicados y los bloques. Esto significa que el efecto de un tratamiento no debe depender del bloque en el que se aplica. Si existe interacción, puede dificultar la interpretación de los resultados, ya que las diferencias en las respuestas pueden ser atribuibles a la combinación de tratamientos y bloques en lugar de a los tratamientos solos.

La aleatorización también es un supuesto clave en el DBCA. La asignación de tratamientos a las unidades experimentales dentro de cada bloque debe ser aleatoria. Esto ayuda a eliminar sesgos y asegura que cada tratamiento tenga la misma probabilidad de ser asignado a cualquier unidad experimental, lo que contribuye a la validez de los resultados. La aleatorización asegura que los resultados no estén influenciados por factores externos y que las conclusiones sean más fiables (Montgomery, 2017).

Además, se asume que los errores (residuos) del modelo son aproximadamente normales. Esto es importante para aplicar técnicas estadísticas como el análisis de varianza (ANOVA), que se basa en la normalidad de los datos para realizar inferencias sobre las medias de los tratamientos. La normalidad de los errores es un supuesto fundamental para la aplicación del ANOVA y otros métodos estadísticos.

Otro supuesto importante es la homogeneidad de varianzas. Se espera que las varianzas de los diferentes grupos de tratamiento sean homogéneas. Esto significa que la variabilidad de las respuestas en cada tratamiento debe ser similar, lo que es un supuesto clave para la validez de los resultados del ANOVA. La homogeneidad de varianzas asegura que las conclusiones sean más precisas y confiables (Kuehl, 2000).

Ejemplo del diseño unifactorial

Se pretende estudiar la efectividad de 3 métodos diferentes de enseñanza de la materia de Estadísticas. El método en línea T1. Presencial T2 e Hibrido T3, para estudiantes de nivel superior, seleccionado aleatoriamente tres alumnos por cada instituto, uno para que método. Al finalizar el curso, se les aplico un examen y los resultados fueron las siguientes puntuaciones.

Tabla 12. Datos de la investigación

	Instituciones			
Métodos	B1	B2	B3	B4
T1 En línea	6.10	5.40	6.80	5.68
T2Presencial	11.90	9.20	10.20	10.90
T3 Hibrido	6.70	6.08	7.10	5.93

Fuente. Autor, 2024

El primer paso para poder resolver este diseño es reconocer las variables dependientes e independientes, ya que en base a estos parámetros podremos plantear las hipótesis que deseamos contratar con el análisis anova.

Planteamientos de las hipótesis

H0. No hay diferencias entre los métodos de enseñanza de la materia de estadística

H1. Hay diferencias entre los métodos de enseñanza de la materia de estadísticas

En la siguiente tabla podemos observar de forma resumida como se logra encontrar el análisis anova, usando la plantilla estándar para diseños de bloques al azar.

Tabla 13. Tabla ANOVA resultados.

Causa de variación	**G.L**	**Suma de cuadrados**	**Cuadrado medio**	**Parámetros estimados**
Tratamientos **Bloques** **Error**	(t-1) = 2 (b-1) = 3 (t-1) b-1) = 6	$[\sum(x_i)^2/repeticiones]$-FC = (2,621/4)-630.75 = 24,5 $[\sum(x_i)^2/tratamientos]$-FC = (1,898.9/3) – 630.75 =222 SCT – SCt – SCB = 1.48	CMt=SCt/Gl=12.25 CMB=SCB/GL=0.74 CME=SCE/GL=0.25	F=CMt/CME =49 F=CMB/CME =2.96
Total	(n-1) = 11	$\sum(x_{ij})^2 - FC$ =658.96-630.75=28.2		

Fuente. Autor, 2024

Factor de corrección: **Fc** $= \frac{\sum(x_{ij})^2}{BT} = 630.75$

Usando la tabla de Fisher en base a los grados de libertad encontramos el valor F tabulado para posteriormente realizar la siguiente comparación y toma de decisiones.

Fc=2.96<**Fcr**=4.757 ***se acepta la Ho***

Conclusión

No hay condiciones de diferencias en las repeticiones, lo que significa que hubo una aleatorización en el bloqueo.

Diseño cuadrado latino

Este diseño experimental es utilizado para reducir el error experimental al controlar la variabilidad en múltiples factores. Se organiza en bloques, en los que cada uno de los tratamientos se representan en cada fila y columna, minimizando así el efecto de los factores de confusión. La agrupación de las unidades experimentales en dos direcciones (filas y columnas) y la aleatorización de los tratamientos a las unidades de tal manera que en cada fila y en cada columna se encuentran todos los tratamientos es un cuadrado latino diseño. Los cuadrados grecolatinos están formados por la superposición de dos latines ortogonales cuadrados, uno con las letras griegas y el otro con las letras latinas. Si por superponiéndolas, cada letra latina y cada letra griega aparece juntas solo una vez en el cuadrado resultante, se denominan ortogonales (Federer, 1966).

Tabla 13. Tabla ANOVA resultados.

A	B	C
B	C	A
C	A	b

$A\alpha$	$B\beta$	$C\gamma$
$B\gamma$	Cα	Aβ
$C\beta$	Aγ	Bα

α	β	γ
γ	α	β
β	γ	α

Fuente: Federer, 1996

Tabla 14. Cuadrados grecolatinos

	i = 1, 2 . . . , K
Yij(hp) = μ + τi + βj + γh + δp + ϱij(hp)	j = 1, 2 . . . , K
	h = 1, 2 . . . , K
	p = 1, 2 . . . , K

Fuente: Federer (1996)

Características del diseño cuadrado latino.

El diseño cuadrado latino es una forma de diseño experimental que se caracteriza por dividir la variabilidad en dos fuentes independientes: filas y columnas para minimizar la interferencia entre los factores que se están evaluando presenta las siguientes características

1. Las unidades experimentales se distribuyen en grupos, bajo dos criterios de homogeneidad dentro de la fila y dentro de la columna y heterogeneidad en otra forma.
2. En cada fila y en cada columna, el número de unidades es igual al número de tratamientos.
3. Los tratamientos son asignados al azar en las unidades experimentales dentro de cada fila y dentro de cada columna.
4. El número de filas = número de columnas = número de tratamientos.
5. Los análisis estadísticos T-student, Duncan, Tukey y en pruebas de contraste se procede como el diseño completo al azar y el diseño de bloques. La desviación estándar de la diferencia de promedios y la desviación estándar del promedio, están en función del cuadrado medio del error experimental (Romero, 2015).

Diferencias con otros diseños.

En el área de la investigación experimental, la elección de un diseño adecuado es primordial para garantizar la validez y fiabilidad de los resultados. Dos diseños comúnmente utilizados son el Diseño Completamente Aleatorio (DCA) y el Diseño de Bloques Aleatorizados (DBA) (Romero Montoya, 2015).

A pesar de que ambos diseños comparten el objetivo de comparar tratamientos o condiciones experimentales, difieren en su enfoque para controlar la variabilidad y optimizar la precisión estadística debido al sesgo. Al no tener en cuenta los factores externos que pueden influir en los resultados, el DCA puede verse afectado por sesgos que dan lugar a una menor precisión estadística. El DBA es un diseño más robusto que busca un mayor control y precisión, donde se agrupan las unidades experimentales en bloques homogéneos en función de características relevantes, como la edad o el sexo, y dentro de cada bloque, los tratamientos se asignan aleatoriamente, controlando así la variabilidad asociada a estos factores (Flores, s.f.).

DBA minimiza la variabilidad dentro de los bloques, lo que mejora la precisión y la fiabilidad de los resultados. El administrador de la base de datos también se enfrenta a desafíos; La implementación y el análisis adecuados requieren un conocimiento previo de los factores de bloqueo significativos y competencias estadísticas superiores (Romero, 2015).

Tipos de cuadrado latino.

Cuadrado Latino Estándar

Características: Es una matriz de tamaño (n \times n) donde cada símbolo (generalmente números) aparece exactamente una vez en cada fila y columna. Impone una condición por la cual no hay símbolos repetidos en ninguna dirección.

Uso: Es parte esencial en diseños experimentales donde se buscan evaluar y controlar variables, así como también en la generación de otros cuadrados latinos (Matamoro, 2023).

Cuadrado Latino Ortogonal

Características: Dos cuadrados latinos \(A \) y \(B \) son ortogonales si, para cada par de posiciones \((i, j) \) , el par \((A_{ij}, B_{ij}) \) es único. Esto implica que no hay repeticiones en las plazas.

Uso: Se usan mucho en diseños factoriales y codificación de errores, por lo cual, es importante que haya combinaciones únicas de tratamientos.

Propiedad: Todo orden \(n \) tiene un número máximo de cuadrados latinos mutuamente ortogonales siendo \(n-1 \) lo que limita el número de diseños experimentales que se pueden hacer al mismo tiempo (González, 2023) .

Cuadrado Latino Incompleto

Características: Contiene celdas vacías o bloqueadas, lo que significa que no todas las combinaciones posibles están presentes.

Uso: Son empleadas cuando no se pueden desarrollar algunas combinaciones de factores, ya sea por cuestiones físicas o de lógica.

Desafío: Determinar si un cuadrado latino incompleto se puede completar no se conoce en todos los casos y esto sugiere que es un problema NP-completo, lo que significa que no existe un algoritmo eficiente para resolverlo (González, 2023).

Cuadrado Latino Youden

Características: Es un diseño rectangular donde cada símbolo aparece (r) veces en (k) columnas.

Uso: Utilizados en diseños de bloques incompletos balanceados, donde se busca maximizar la información obtenida con un número limitado de observaciones.

Condición: Se cumple la relación (n = r(k-1) + 1), donde (n) es el número de símbolos, (r) es el número de repeticiones, y (k) es el número de columnas (Fernández et al., 2019).

Estimación de parámetros

Un diseño de latín cuadrado es un diseño experimental dirigido a controlar y reducir la variabilidad experimental, a la vez que permite estimar y comparar los efectos del tratamiento en un contexto de múltiples variables de interés. El modelo estadístico subyacente de un diseño de cuadrado latino suele representarse como un modelo lineal generalizado.

La estimación de parámetros determina los impactos de los tratamientos o variables independientes en la respuesta medida. Esto se hace utilizando técnicas como el Análisis de Varianza (ANOVA) que tienen como objetivo cuantificar la influencia de cada factor y sus interacciones. A continuación, se presenta la tabla ANOVA para modelo cuadrado latino (Romero, 2015)

Tabla 15. Análisis de varianza ANOVA

Fuentes de variación	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados medios	Fexp
E. FILA	$K\sum_{i}^{K}(\overline{y.\imath}-\bar{y}\ldots)^2$	K - 1	$\hat{s}_F^2$	$\hat{s}_F^2/\hat{s}_R^2$

E. COLUMNA	$K\sum_{J}^{K}(\overline{y.j} - \bar{y}\ldots)^2$	K - 1	$\hat{s}_C^2$	$\hat{s}_C^2\ /\hat{s}_R^2$
E. LETRA LAT.	$K\sum_{J}^{K}\left(\overline{y.h} - \bar{y}\ldots\right)^2$	K - 1	$\hat{s}_L^2$	$\hat{s}_L^2/\hat{s}_R^2$
RESIDUAL	SCT – SCF SCC - SCL	(K – 1) – (K – 1)	$\hat{s}_R^2$	$\hat{s}_R^2$
TOTAL	$K\sum_{i}^{K}\sum_{J}^{K}\left(\overline{y_{IJ}(.)} - \bar{y}\ldots\right)^2$	k^2 - 1	$\hat{s}_T^2$	$\hat{s}_T^2$

Fuente. (Flores, s. f.)

En el diseño cuadrado latino, está dispuesto de tal manera que cada tratamiento aparece exactamente una vez en cada fila y en cada columna de una matriz cuadrada de tratamientos, lo que permite controlar la interferencia de factores molestos en múltiples direcciones.

El modelo lineal generalizado se formula de la siguiente manera:

Tabla 16. Modelo lineal generalizado.

	i = 1, 2 . . . , K
$Yij(hp) = \mu + \tau i + \beta j + \gamma h + \delta p + \varrho ij(hp)$	j = 1, 2 . . . , K
	h = 1, 2 . . . , K
	p = 1, 2 . . . , K

Fuente: (Romero, 2015)

Donde;

$Yijk$: Es la observación de la variable de respuesta para la combinación i -ésima tratamiento, j-ésima bloque y k-ésimo cuadrado latino.

μ: Es la media general.

†_i: Es el efecto del i -ésimo tratamiento.

β j: Es el efecto del j -ésimo bloque.

Ύ k: Es el efecto del k -ésimo cuadrado latino.

E ijk: Es el término de error, que incluye la variabilidad no explicada por los efectos del modelo.

En un diseño cuadrado latino los tratamientos se asignan de tal manera que cada uno de ellos aparece exactamente una vez en cada fila y cada columna de una matriz cuadrada. De este modo, se minimiza la variabilidad experimental controlando la confusión de cualquier factor no observable dentro de las filas y dentro de las columnas, obteniendo así una estimación más precisa de los efectos del tratamiento.

Modelo estadístico

El modelo estadístico describe cómo los tratamientos influyen en las respuestas experimentales. A continuación, se presenta una estructura generalizada de un modelo estadístico para un diseño experimental:

Modelo Lineal General:

$$Yij = \mu + \dagger i + \varepsilon ij$$

Donde;

U: Es la observación de la variable de respuesta para el tratamiento i en la repetición j.

μ: Es la media general de todas las observaciones.

†i: Es el efecto del tratamiento i.

εij: Es el término de error, que representa la variabilidad no explicada por el efecto del tratamiento.

Este modelo asume que el efecto de cada tratamiento es aditivo y que los errores εij son independientes y normalmente distribuidos con media cero y varianza constante.

Modelo lineal generalizado (MLG).

A veces, el modelo puede ampliarse para incluir covariables (variables explicativas adicionales), estructuras de varianza variables (por ejemplo, varianza heterogénea) o distribuciones de error no normales. El modelo lineal generalizado se expresa como:

$$g(\mu ij) = \eta + \dagger i$$

Donde:

g () es la función de enlace.

(μij) es el valor esperado de la variable de respuesta para el tratamiento i y la repetición j .

η es la combinación lineal de covariables.

†i es el efecto del tratamiento i.

Modelo lineal generalizado (MLG).

En experimentos donde se consideran efectos aleatorios (por ejemplo, efectos de bloques aleatorizados), el modelo puede extenderse para incluir términos de efectos mixtos:

$$Yij = \mu + \dagger i + \beta j + \varepsilon ij$$

βj: Es el efecto aleatorio del bloque j

Estimación por Máxima Verosimilitud

Es un método estadístico para estimar los parámetros de un modelo, asumiendo que los datos siguen una distribución específica. Se utiliza ampliamente en inferencia estadística para buscar los valores de los parámetros que maximizarían la probabilidad de ver los datos disponibles basándose en la función de verosimilitud.

En el marco del diseño de cuadrados latinos, proporcionamos la función de verosimilitud para determinar los Estimadores de Máxima Verosimilitud (MLEs) de los parámetros del modelo estadístico que describe la relación entre los tratamientos y las respuestas observadas. Profundicemos en los conceptos básicos de la estimación de máxima verosimilitud y su aplicación dentro de esta configuración experimental.

Fundamentos de la Máxima Verosimilitud

La máxima verosimilitud es un método utilizado para estimar los parámetros desconocidos de un modelo estadístico, basado en la probabilidad de observar los datos recopilados. Esencialmente, se trata de encontrar aquellos valores de parámetros que maximicen la probabilidad de que los datos observados provengan del modelo propuesto.

Ejemplo Simplificado

Suponiendo que estamos diseñando un cuadrado latino para evaluar el efecto de tres tratamientos diferentes en el crecimiento de las plantas. Cada tratamiento se aplica una vez en cada fila y en cada columna de una matriz cuadrada.
El modelo podría ser $Yij = \eta + †\_i + \beta j + \varepsilon$, donde:

Yij es el resultado de la observación para el tratamiento i en el bloque j.
η es la media general.
†i es el efecto del tratamiento i .
βj es el efecto del bloque j .
εij es el término de error.

La función de verosimilitud $L(\mu, †1, †2, †3, \beta 1, \beta 2, \beta 3, \alpha \hat{} 2 \mid y)$ se construiría multiplicando las probabilidades de observar los datos específicos bajo el modelo propuesto.
Los estimadores de máxima verosimilitud se determinarían maximizando esta función de verosimilitud con respecto *a \ μ, †_i, βj y α^2.*

Estimación por Máxima Verosimilitud.

En el diseño experimental, nos referimos a analizar cómo la variabilidad en los datos puede atribuirse a diferentes fuentes como tratamientos, error experimental, interacciones entre tratamientos, etcétera. Esto se suele hacer a través de técnicas como la descomposición ANOVA de sumas de cuadrados. El análisis de varianza (ANOVA) es una herramienta clave para desglosar la variabilidad observada en el diseño de cuadrados latinos
La Estimación de Máxima Verosimilitud (MLE) en el contexto del diseño de cuadrados latinos es un método estadístico robusto y popular para obtener los mejores estimadores de los parámetros del modelo que describen la relación entre los tratamientos y las respuestas observadas. A continuación se presentan los conceptos básicos de MLE en este contexto, el proceso de estimación.
La estimación de máxima verosimilitud (MLE) es una metodología estadística utilizada para evaluar los parámetros de un modelo estadístico maximizando la probabilidad de que el modelo produzca datos observados. La MLE se emplea en el diseño del cuadrado latino para obtener estimaciones óptimas de los parámetros de un modelo que especifica la relación entre los tratamientos y las respuestas observadas.

Estimación por Máxima Verosimilitud.

El análisis de varianza permite probar la hipótesis nula de que las medias de K poblaciones (K> 2) son iguales, frente a la hipótesis alternativa de que al menos una población difiere en cuanto a su media esperada de las otras. Este contraste es el núcleo de todo análisis de resultados experimentales porque se debe comparar K'tratamientos' o 'factores' con respecto a la variable dependiente o de interés.
El Anova requiere el cumplimiento los siguientes supuestos:
Las poblaciones (distribuciones de probabilidad de la variable dependiente correspondiente a cada factor) son normales.
Las K muestras sobre las que se aplican los tratamientos son independientes.

Las poblaciones tienen todas igual varianza (homoscedasticidad).

El ANOVA es un método para determinar el grado en que los puntos de datos en cuestión varían en relación con la varianza total media general. El SCT es una estimación puntual de bajo el supuesto de que H0 es verdadero para un conjunto dado de datos. Tiene dos componentes en este caso:

Variación dentro de las muestras (SCD) o Intra-grupos, cuantifica la dispersión de los valores de cada muestra con respecto a sus correspondientes medias.

Variación entre muestras (SCE) o Inter-grupos, cuantifica la dispersión de las medias de las muestras con respecto a la media global.

Las expresiones para el cálculo de los elementos que intervienen en el Anova son las siguientes:

Media Global: $\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} x_J j}{n}$

Variación Total: $SCT = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} \left(x_{iJ} - \bar{x} \quad \right)^2$

Variación Intra-grupos: $SCD = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} \left(x_i - \bar{x}_j \right)^2$

Variación Inter-grupos: $SCE = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} \left(x_J - \bar{x} \quad \right) nj^2$

Siendo xij el i-ésimo valor de la muestra j-ésima; nj el tamaño de dicha muestra y su media.

Estimación por Máxima Verosimilitud.

El cuadrado latino tiene aplicaciones en varios campos:

Agronomía

En agronomía, el cuadrado latino permite a los investigadores realizar ensayos de campo más efectivos. Por ejemplo, al evaluar el comportamiento de varias variedades de maíz, un investigador puede aplicar diferentes tratamientos bajo el diseño de Cuadrado latino. Esto garantiza que cada variedad se pruebe en diferentes condiciones, por lo que proporcionaría datos de rendimiento más precisos (Matamoro, 2023).

Psicología y Ciencias Sociales

En el campo de la psicología, los cuadrados latinos se utilizan para diseñar experimentos que involucran la manipulación de más de una variable. Por ejemplo, en un estudio sobre la percepción del color, un investigador podría usar un cuadrado latino para controlar las diferentes condiciones en las que los sujetos ven los colores, de modo que cada combinación de factores se pruebe en la misma proporción. Esto ayuda a obtener resultados más fiables y a minimizar el efecto de variables externas (Rodríguez, 2018).

Bioestadística

Un cuadrado latino se aplica en el análisis de datos de ensayos clínicos en Bioestadística. De este modo, los investigadores pueden evaluar la eficacia de los tratamientos médicos para varios grupos de pacientes, controlando factores como la edad o el sexo, garantizando así que los hallazgos sean inferencias representativas y válidas (Vásquez et al., 2023).

Educación

En el ámbito educativo, los cuadrados latinos se pueden utilizar para establecer el rango en el que se controlarán las dificultades y variabilidades de las preguntas en las pruebas o exámenes. Garantiza que los estudiantes sean evaluados de manera justa y minimiza el sesgo durante la puntuación (Díaz et al., 2022).

Ejercicio usando cuadrado latino.

Una empresa de mensajería está interesada en saber qué marca de neumáticos (A, B, C, D) tiene la mayor duración de desgaste. De modo que se planea un experimento en plaza latina donde se comparan las cuatro marcas de neumáticos colocando un disco de prueba en todas ellas de tal manera que recorran la distancia de 32.000 km utilizando cuatro tipos diferentes de coches y cuatro posiciones posibles de los discos en el coche. El factor de interés es el tipo de neumático o marca y se controlan dos factores de bloqueo: el tipo de coche y la posición del neumático en el coche. El diseño y los datos observados se muestran en la siguiente tabla Se mide la diferencia máxima entre el grosor del neumático nuevo y el grosor del neumático.

Tabla 17. Valores de comparación de cuatro marcas de llantas.

POSICIÓN	CARRO			
	1	2	3	4
1	C=12	D=11	A=13	B=8
2	B=14	C=12	D=11	A=3
3	A=17	B=14	C=10	D=9
4	D=13	A=14	B=13	C=9

Fuente. Autor, 2014

Para el ejemplo se usa la herramienta estadística minitab.

Modelo lineal general: DESGASTE vs. MARCA; AUTO; POSICION

Método

Codificación de factores (-1; 0; +1)

Información del factor

Factor	Tipo	Niveles	Valores
MARCA	Fijo	4	A; B; C; D
AUTO	Fijo	4	A1; A2; A3; A4
POSICION	Fijo	4	P1; P2; P3; P4

Análisis de Varianza

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
MARCA	3	5,187	1,729	0,23	0,873
AUTO	3	73,188	24,396	3,23	0,103
POSICION	3	27,688	9,229	1,22	0,381
Error	6	45,375	7,563		
Total	15	151,438			

Figura 17. Resumen estadístico en minitab Fuente: Autor, 2024.

Nos arroja las gráficas de los residuos donde podemos ver que es una distribución normal y que el tema de la independencia y de las varianzas homogéneas es correcto porque los puntos se encuentran dispersos a lo largo de las 2 bandas del eje de las X y de las Y, entonces los supuestos son válidos.

Modelo lineal general: DESGASTE vs. MARCA; AUTO; POSICION

A1	2,31	1,19	1,94	0,100	1,50
A2	1,06	1,19	0,89	0,407	1,50
A3	0,06	1,19	0,05	0,960	1,50
POSICION					
P1	-0,69	1,19	-0,58	0,585	1,50
P2	-1,69	1,19	-1,42	0,206	1,50
P3	1,81	1,19	1,52	0,179	1,50

Ecuación de regresión

DESGASTE = 11,688 + 0,06 MARCA_A + 0,56 MARCA_B - 0,94 MARCA_C + 0,31 MARCA_D + 2,31 AUTO_A1 + 1,06 AUTO_A2 + 0,06 AUTO_A3 - 3,44 AUTO_A4 - 0,69 POSICION_P1 - 1,69 POSICION_P2 + 1,81 POSICION_P3 + 0,56 POSICION_P4

Ajustes y diagnósticos para observaciones poco comunes

Obs	DESGASTE	Ajuste	Resid	Resid est.
8	3,00	6,62	-3,62	-2,15 R

Residuo grande R

Gráfica de efectos principales para DESGASTE

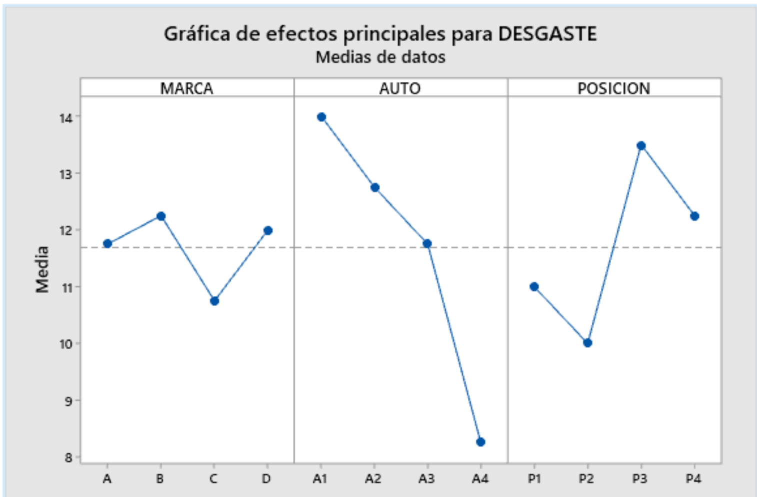
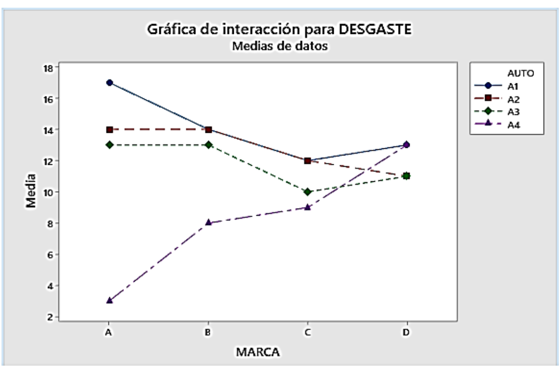


Figura 18. Modelo lineal general Fuente: Autor, 2024.

Gráfica de interacción para DESGASTE



Modelo lineal general: DESGASTE vs. MARCA; AUTO; POSICION

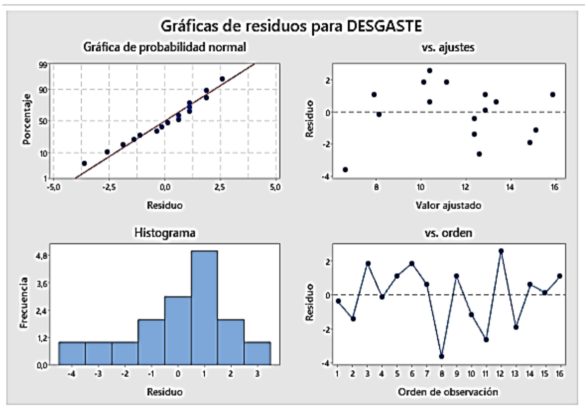


Figura 19**.** Comportamiento de las variables: Autor, 2024

El análisis de varianza (ANOVA), en donde muestra la fuente que es la <Marca=, <Posición= y <Auto=, donde cada uno tiene 3 grados de libertad, teniendo el valor p de cada uno. En la marca se tiene como valor p de 0.007 en donde se está cumpliendo el criterio de rechazo por que 0.007 es menor que 0.05. Para el siguiente valor que es la posición se tiene el valor p de 0.177 lo cual nos indica que no se cumple el criterio de rechazo ya que 0.177 es mayor que mi valor de ALPHA que es 0.05 y por último para el factor de bloque que es el auto se tiene un valor p de 0.004 si se cumple el criterio de rechazo donde 0.004 viene siendo menor que 0.05. Por lo tanto, se tiene 3 conclusiones en la Marca se rechaza la hipótesis nula, la posición se acepta la hipótesis y en el último se rechaza la hipótesis nula porque se está cumpliendo el criterio de rechazo, quedando que tenemos 2 rechazos y una aceptación.

Análisis del caso

Se observó que si se cumple una hipótesis nula 2 las vamos a rechazar en donde vamos a tener una diferencia en el nivel del desgaste de las 4 marcas de llantas diferentes y que si en efecto el tipo de auto tiene que ver con el nivel de desgaste que sufren las llantas. Con un nivel de confianza de 95% se rechaza la Ho, para el tratamiento y el bloque columna automóvil y determina que sí existe diferencias entre las 4 diferentes marcas de llantas y entre los tipos de automóvil, por otro lado, se acepta la hipótesis nula para el bloque posición y se concluye que esta no tiene un efecto importante en el nivel de desgaste de las llantas.

Diseño factorial

Un diseño factorial permite a los investigadores estudiar los efectos de múltiples variables al mismo tiempo. Al manipular diferentes factores y sus niveles al mismo tiempo, los diseños factoriales permiten la investigación de las interacciones entre estos factores, proporcionando una comprensión integral de su impacto combinado en la variable de respuesta, ya sea en forma completa o fraccionada (Fernández, 2020).

Este tipo de diseño funciona mejor cuando los recursos no son abundantes o hay una gran cantidad de factores a considerar. Además, pueden acomodar factores que tienen más de dos niveles, lo que permite un análisis matizado de relaciones e interacciones intrincadas entre variables (Garcia, 2022).

Clasificación del diseño factorial.

Diseño factorial completo

Es una estrategia experimental que implica el estudio sistemático de los efectos de dos o más factores sobre una respuesta de interés mediante el examen de todas las combinaciones posibles de niveles de estos factores. No solo permite al investigador evaluar los efectos principales de cada factor individualmente, sino también todas las posibles interacciones entre ellos (Bernal et al., 2023).

Cada factor se combina con todos los otros factores que lo acompañan, así creando una matriz experimental completa adecuada hacia las etapas tempranas de una investigación del sistema desconocido o importante por no dejar fuera ninguna interacción posible crucial. A medida que aumenta el número de factores o niveles, el número de experimentos necesarios crece exponencialmente, lo que puede hacer que sea poco práctico en términos de tiempo, costo o recursos en algunas situaciones (Bernal et al., 2023) A continuación, se profundiza en dos tipos específicos de diseños factoriales completos:

- Diseño factorial completo 2k

Los diseños factoriales 2k son experimentos donde cada uno de los k factores tiene dos niveles. Estos niveles pueden ser cuantitativos o cualitativos. Una réplica completa de este diseño requiere realizar 2k combinaciones (Fernández Bao, 2020).

Este tipo de diseño permite determinar simultáneamente el efecto de k factores sobre una respuesta y descubrir si existe interacción entre ellos. Entre sus ventajas destacan:

1. Requiere relativamente pocos experimentos por factor estudiado.
2. Las observaciones se pueden interpretar usando lógica simple, aritmética básica y gráficos computarizados.
3. Para factores cuantitativos, permite determinar una dirección prometedora para experimentación adicional.
4. Permite aumentar los diseños cuando se necesita una exploración más detallada.
5. Se puede realizar de forma secuencial, permitiendo investigaciones más específicas en rondas posteriores.

Los signos - y + se utilizan para representar los dos niveles de cada factor en la creación de la matriz de estructura. La primera columna alterna los signos que comienzan con -. La segunda columna alterna los signos de dos en dos, la tercera de cuatro en cuatro y así sucesivamente, comenzando siempre por el signo - (Fernández Bao, 2020)

Tabla 18. Matriz de diseño para un diseño factorial completo 2^k

Orden Std	**Orden Aleatorio**	**Factor A**	**Factor B**		**Factor C**
1	1	-	-		-
2	3	-	+		+
3	4	+	+		-
4	5	-	+		-
5	2	-	-		+

Fuente. Fernandéz Bao (2020)

El modelo más simple es el 2^2, que tiene dos factores con dos niveles cada uno. Por convención, los efectos se denotan con letras mayúsculas y los niveles con + y - para alto y bajo, respectivamente.

Tabla 19. Nomenclatura más utilizada para las respuestas

	B (-)	**B (+)**
A (+)	(1)	b
A (+)	A	ab

Fuente: Fernandéz Bao (2020)

De esta manera, se podrán determinar los efectos principales de cada factor individualmente y de sus combinaciones, tales como:

$$A = \frac{1}{2n}\left[(ab - b) + \left(a - (1)\right)\right]$$

$$B = \frac{1}{2n}\left[(ab - a) + \left(b - (1)\right)\right]$$

$$AB = \frac{1}{2n}\left[(ab - a) + \left(1 - (b)\right)\right]$$

Estos efectos dependen de lo que se mida a medida que examinamos qué tan grandes son y en qué dirección van para que podamos averiguar qué niveles causan el efecto deseado para nuestro experimento. Además, se evalúa si estos efectos son importantes o pueden pasarse por alto.

- Diseño factorial completo 3k

Los diseños factoriales 3k tienen k factores con tres niveles cada uno. Una réplica completa requiere 3k observaciones. Aunque necesitan más experimentos que los diseños 2k, pueden ser una buena opción cuando se trabaja con pocos factores (Lau y Chiyón, 2020).

Este diseño permite modelar relaciones cuadráticas entre la respuesta y los factores, lo cual es útil cuando la respuesta no es lineal. Sus principales ventajas son:

1. Adecuado para factores continuos donde interesa estudiar efectos cuadráticos.
2. Útil para factores discretos que naturalmente tienen tres niveles, permitiendo comparar la influencia de diferentes combinaciones entre los niveles de cada factor.

Similar al diseño 2k, en los diseños 3k, el 32 es el ejemplo más básico. Este incluye dos factores, A y B, cada uno con tres niveles: -1, 0 y 1. Así, para analizar una réplica completa de este experimento, se crea una matriz con las nueve combinaciones posibles (Fernández, 2020)

Tabla 20. Matriz de diseño para una réplica completa para un diseño 3^k.

Orden Std		**Orden Aleatorio**	**Factor A**	**Factor B**
1		1	-1	-1
2		5	0	-1
3		6	1	-1

4		3	-1	0
5		4	0	0
6		2	1	1
7		9	0	1
8		7	1	-1
9		8	-1	0

Fuente: Fernandéz Bao (2020)

Este es el diseño más simple del sistema, que involucra dos factores con tres niveles cada uno. Cuando los tratamientos se combinan en 9 combinaciones, hay ocho grados de libertad. Los efectos principales A y B tienen dos grados de libertad cada uno, mientras que su interacción tiene cuatro grados de libertad. Si hay n réplicas, habrá n-1 grados de libertad totales y (n-1) grados de libertad para el error (Fernández, 2020)

Donde el factor A es representado por x1, el factor B por x2, el modelo general es:

$$y = \beta o + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{11} x_1 + \beta_{22} x_2$$

Las sumas de cuadrados se calculan de la siguiente manera:

Suma de cuadrados totales

$$SS_t = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 \frac{y^2}{abn}$$

Suma de efectos principales de A

$$SS_A = \frac{1}{bn} \sum_{i=1}^{a} y_i^2 - \frac{y^2}{abn}$$

Suma de efectos principales de B

$$SS_B = \frac{1}{an} \sum_{j=1}^{b} y_j^2 - \frac{y^2}{abn}$$

Suma de cuadrados de error

$$SS_E = SS_T - SS_{subtotales}$$

Diseño factorial Fraccionado

Es una variante eficiente del diseño factorial completo que permite a los investigadores estudiar los efectos de múltiples factores utilizando solo una fracción cuidadosamente seleccionada del número total de combinaciones de tratamiento que se requerirían en un diseño factorial completo. Este concepto se basa en el principio de muchos sistemas; Las interacciones de orden superior suelen ser insignificantes en comparación con los efectos e interacciones principales (García, 2017) A continuación, se profundizará en tres tipos específicos de diseños factoriales fraccionados:

- Diseño factorial fraccionado 2k-1

Es uno de los diseños fraccionarios más utilizados en el diseño factorial fraccionado, ya que requiere la mitad de los experimentos que una réplica completa (experimentos 2k-1). Para construir la matriz, dibuja las columnas en todos los factores excepto en el último como en un diseño factorial completo, y completa la última columna como la interacción de los otros factores (Fernández, 2020).

Tabla 21. Ejemplo matriz de un diseño 2^{k-1}

Orden		**Factores**			**Interacciones**			
Std	Aleatorio	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	1	-	-	+	+	-	-	+
2	8	+	-	-	-	-	+	+
3	4	-	+	-	-	+	-	+
4	3	+	+	+	+	+	+	+

Fuente: Fernandéz (2020)

La columna de la interacción ABC es completamente positiva, lo que indica que es la identidad. Esta información es útil para determinar qué factores están confundidos, basándose en la definición ABC=I. Se sabe que AB=C, ya que esto es el punto de partida al crear la matriz del diseño 2^{K-1}

- Diseño factorial fraccionado 2k-p

Este diseño permite utilizar cualquier fracción del diseño completo. En cuanto a su construcción, se realiza de manera similar al diseño 2k-1; sin embargo, la diferencia radica en que p factores son una combinación de tratamientos del resto. Es importante destacar que el investigador tiene la responsabilidad de elegir el generador del diseño. Por lo tanto, esta flexibilidad en la selección de la fracción y en la determinación de los generadores otorga al investigador un mayor control sobre el diseño experimental, permitiéndole adaptarlo a las necesidades específicas del estudio en cuestión (Fernández, 2020).

Aplicación:

Este diseño es particularmente útil cuando:

1. Se tienen muchos factores a estudiar.
2. Se cree que las interacciones de orden superior son insignificantes.
3. Los recursos para realizar experimentos son limitados.
4. Se busca una exploración inicial de un gran número de factores.

- Diseño factorial fraccionado 3^{k-p}

Este diseño fraccionario es particularmente útil para experimentos de tres niveles, ya que normalmente requieren más experimentos con menos factores. Surge una estructura más compleja debido a los alias que genera. Se construye dividiendo el diseño completo de 3k en bloques, seleccionando p factores como interacciones para dividir las 3k combinaciones posibles en 3p bloques (Fernández, 2020).

Características principales:

1. Estructura: Contiene k factores, donde k > 2, y cada factor tiene tres niveles.
2. Número de experimentos: 3k-p Esto representa una fracción del diseño factorial completo 3k.
3. Necesidad: Es especialmente útil en diseños con tres niveles, ya que estos requieren un número significativamente mayor de experimentos incluso con pocos factores.
4. Complejidad: La estructura de estos diseños es más complicada que la de los diseños 2k-p debido a los alias que se crean.

Construcción del diseño:

1. Partición: Se realiza una partición del diseño 3k completo en bloques.
2. Fracción: Se construye una fracción tal que 1/3p del diseño para p < k.

Ventajas:

Reduce significativamente el número de experimentos necesarios en comparación con un diseño 3k completo.

Permite estudiar un mayor número de factores con recursos limitados.

Es útil para factores que naturalmente tienen tres niveles o cuando se sospecha de efectos no lineales.

Teoría del diseño factorial.

Los conceptos detrás del diseño factorial tienen en su corazón la metodología y los principios estadísticos que subyacen a esta técnica experimental. A continuación, se tratarán los principales conceptos relacionados con el diseño factorial.

Interacción entre factores

Cuando decimos que un efecto interactúa con otro, nos referimos a que las diferencias observadas en la respuesta no son meras sumas de los efectos singulares de los dos factores, sino que pueden ser influenciadas por la manera como se combinan. Los perfiles de medias son graficados con el fin de poder identificar interacciones, los cuales nos permiten ver cómo varían las medias de respuesta a lo largo de los diferentes niveles de los factores (López y Fachelli, 2016).

Tipos de interacciones

1. Interacción sinérgica: Los factores combinados producen un efecto mayor que la suma de sus efectos individuales.
2. Interacción antagónica: Los factores combinados producen un efecto menor que la suma de sus efectos individuales.
3. Interacción cualitativa: El efecto de un factor cambia de dirección dependiendo del nivel de otro factor.

4. Interacción cuantitativa: La magnitud del efecto de un factor cambia, pero no su dirección.

Superficie de respuesta

La teoría de la superficie de respuesta es un conjunto de técnicas matemáticas y estadísticas utilizadas para modelar y analizar problemas en los que una variable de interés (respuesta) está influenciada por varias variables independientes (factores). El objetivo principal es optimizar esta respuesta (Mafaile y Vázquez, 2019)

Fundamentos matemáticos:

1. Modelado polinomial:
    - Generalmente se utilizan modelos de segundo orden:

      $y = \beta o + \sum \beta_i x_i + \sum \beta_{ii} x_i^2 + \sum \sum \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon$ (17)

Donde Y es la respuesta, x_i son los factores, β_i son los coeficientes, y ε es el error.

2. Estimación de parámetros:
    - Se utiliza el método de mínimos cuadrados para estimar los coeficientes del modelo.
3. Análisis de curvatura:

Se estudia la naturaleza de la superficie (máximos, mínimos, puntos de silla) mediante el análisis de los autovalores de la matriz Hessiana.

Error experimental

Esta presentación habla sobre la variabilidad inherente en las mediciones experimentales y cómo dicha variabilidad afecta la capacidad de detectar efectos significativos. Es fundamental para el análisis estadístico de los resultados de los diseños factoriales (Ballestero y García, 2019)

Componentes principales:

- Error aleatorio: Variaciones impredecibles debido a factores no controlados.
- Error sistemático: Desviaciones consistentes debido a factores identificables.

Importancia en diseños factoriales:

- Estimación de efectos: El error experimental determina la precisión con la que se pueden estimar los efectos de los factores.
- Significancia estadística: Se utiliza para determinar si los efectos observados son estadísticamente significativos o simplemente resultado del azar.

Estimación del modelo

En la estimación del modelo de diseño factorial, se estima una solución inicial y se determina la dimensionalidad de los datos o el número de factores. El proceso trata de encontrar el menor número de factores que sean compatibles con residuos cercanos a cero, siendo esta base que las variables están libres de errores de medición. Se presentan varios métodos para estimar el modelo de diseño factorial, siendo los mínimos cuadrados ordinarios y la máxima verosimilitud los dos métodos más utilizados (Ferrando y Anguiano, 2010).

Mínimos cuadrados ordinarios

Los mínimos cuadrados ordinarios son métodos descriptivos que minimizan la suma de cuadrados de las diferencias entre las correlaciones observadas y las reproducidas por el modelo para un número específico de factores. También determina la solución que hace que los residuos sean lo más cercanos posible a 0, que es la idea básica de encajar en el análisis factorial (Correa, 2007)

Máxima verosimilitud

Este método tiene un enfoque estadístico que contrasta rigurosamente el ajuste del modelo a los datos utilizando un índice basado en la distribución chi-cuadrado ($\chi 2$). El método asume que el modelo propuesto ajusta perfectamente en la población, lo que implica que todo el error observado es solo error muestral. Esto lleva a que el método contraste una hipótesis nula que es inherentemente falsa, resultando en la necesidad de estimar más factores de los que son substantivamente interpretables, un fenómeno conocido como "sobrefactorización". La solución de este método puede obtenerse sin hacer supuestos inferenciales, minimizando las correlaciones parciales entre las variables tras eliminar la influencia de los factores (Pérez Moreno, 2008).

Análisis de Varianza en el modelo

El análisis de varianza es una técnica estadística fundamental utilizada en el contexto del diseño factorial para evaluar la significancia de los efectos de las variables independientes sobre la variable dependiente. Montgomery (2017) explica que en un diseño factorial, el ANOVA permite descomponer la variabilidad total del resultado observado en componentes debidos a los efectos principales de cada variable y a las interacciones entre ellas. Este enfoque estadístico facilita la identificación de qué variables tienen un efecto significativo en el resultado estudiado y cómo interactúan entre sí para influir en dicho resultado.

Muñoz y Velasco (2016) agregan que el ANOVA en el diseño factorial también proporciona pruebas formales para determinar si las interacciones entre variables son estadísticamente significativas. Esto es crucial para entender si los efectos de una variable dependen del nivel de otra variable, lo cual puede modificar la interpretación de los resultados y las conclusiones obtenidas en el estudio experimental.

Análisis de Varianza en el modelo

El diseño factorial puede describirse como una metodología estadística básica en la investigación experimental que se utiliza para evaluar el efecto de varios factores sobre una o más variables de respuesta simultáneamente. Permite a los investigadores analizar no solo los efectos individuales de cada factor, sino también las interacciones entre ellos, ofreciendo así una mayor comprensión del fenómeno en estudio (José et al., 2022).

Un ejemplo eminente dentro de dicha metodología involucra un diseño k-factorial donde cada factor se manifiesta exactamente en dos niveles. Estos niveles pueden ser de naturaleza cuantitativa, como diferentes valores de temperatura, presiones o tiempos, o cualitativos, como la comparación entre máquinas, operadores o niveles "altos" y "bajos" de un factor particular. Además, puede implicar la presencia o ausencia de un factor específico (Aranguren et al., 2019).

Para llevar a cabo una replicación completa de este diseño se requiere un número de observaciones que se calcula como lo que significa realizar (k veces) observaciones. Este tipo de diseño se conoce como diseño factorial completo y es una piedra angular en el análisis de experimentos, facilitando la identificación de patrones y relaciones significativas entre los factores investigados (Cuervo *et al*., 2020).

Aplicaciones en distintos campos

Agricultura

El diseño factorial permite a los investigadores y agricultores analizar múltiples factores al mismo tiempo, como el tipo de fertilizante, la frecuencia de riego y la variedad de cultivos. Sirve para aislar los efectos individuales, así como las interacciones entre las prácticas. Por ejemplo, se podría encontrar que un tipo de fertilizante funciona mejor solo con ciertas variedades de cultivos o bajo condiciones de riego específicas. Este enfoque optimiza el uso de recursos y mejora el rendimiento de los cultivos, contribuyendo a la sostenibilidad agrícola (Montiel Aarón *et al*., 2021).

Ciencias de la Salud

En el campo de la salud, el diseño factorial se aplica en ensayos clínicos con el fin de evaluar la eficacia de diversos tratamientos médicos. Por ejemplo, las combinaciones de medicamentos y dosis se pueden probar en varios grupos de pacientes. En consecuencia, los investigadores pueden estudiar los efectos del tratamiento dentro de los subgrupos de población, así como observar cómo interactúan los tratamientos, dicha información puede ayudar a guiar las decisiones sobre el tratamiento más efectivo y seguro para diversas condiciones de salud mejorando así la atención médica (Coello *et al*., 2021) **.**

Ingeniería

El diseño factorial es importante para los ingenieros en el desarrollo y la optimización de productos, ya que los ingenieros pueden probar diferentes materiales, técnicas de fabricación y diseños para determinar qué combinaciones producen el mejor rendimiento. Por ejemplo, en la industria automotriz; diferentes aleaciones metálicas; Se podrían evaluar los procesos de ensamblaje para mejorar su resistencia, así como reducir los costos. Este enfoque sistemático permite realizar mejoras significativas en la calidad como la eficiencia de los productos (Hernández *et a*l., n.d.).

Psicología

Para investigar cómo varias condiciones como el entorno, la motivación y el estrés influyen en el comportamiento humano, los investigadores pueden manipular muchos factores en un estudio, como el tipo de estímulo y el contexto social, y examinar sus efectos en la toma de decisiones en el aprendizaje o las emociones. Se utiliza el diseño factorial. Este método ayuda a desentrañar la complejidad del comportamiento humano y a desarrollar intervenciones más efectivas en áreas como la educación y la salud mental (Cambra *et al*., 2022).

Estas aplicaciones muestran la versatilidad del diseño factorial y su importancia en la investigación y la práctica en múltiples disciplinas

Ejercicios de aplicación usando minitab

Un ingeniero quiere saber cómo el tipo de material y la temperatura del proceso afectan la vida útil de la batería de un automóvil en este experimento. La siguiente tabla resume los resultados de 36 pruebas de vida útil de la batería del automóvil con tres materiales y temperaturas diferentes.

Un ingeniero quiere saber cómo el tipo de material y la temperatura del proceso afectan la vida útil de la batería de un automóvil en este experimento. La siguiente tabla resume los resultados de 36 pruebas de vida útil de la batería del automóvil con tres materiales y temperaturas diferentes.

Tabla 22: Datos del ejercicio

Material	**Temperatura**		
	25 C°	80 C°	135 C°
1	135,150 74,180	38,40 80,75	25,70 82,58
2	150,188 159,124	137,122 106,115	28,70, 58,45
3	138,110 168,160	174,120 150,138	96,109 82,60

Fuente: Autor, 2024

Hipótesis Alternativa: La vida útil de la batería de carro está afectada por el tipo de material y la temperatura del proceso. Es decir, hay diferencias significativas en la vida útil de la batería entre los diferentes materiales y/o temperaturas.

Hipótesis Nula: La vida útil de la batería de carro no está afectada por el tipo de material ni la temperatura del proceso. Es decir, no hay diferencias significativas en la vida útil de la batería entre los diferentes materiales y temperaturas.

Resultados en minitab 19

Tabla 10: Resultados mostrados en minitab 19

Información del factor **Factor** **Niveles Valores**	**Análisis de Varianza**

Material	3	1; 2; 3
Temperatura	3	25; 80; 135

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Modelo	8	57774	7221,8	11,00	0,000
Lineal	4	48363	12090,8	18,41	0,000
Material	2	10451	5225,5	7,96	0,002
Temperatura	2	37912	18956,0	28,86	0,000
Interacciones de 2 términos	4	9411	2352,8	3,58	0,018
Material*Temperatura	4	9411	2352,8	3,58	0,018
Error	27	17734	656,8		
Total	35	75508			

Resumen del modelo

S	R-cuad.	R-cuad. (ajustado)	R-cuad. (pred)
25,6280	76,51%	69,56%	58,25%

Coeficientes

Término	Coef	EE del coef.	Valor T	Valor p	FIV
Constante	105,94	4,27	24,80	0,000	
Material					
1	-22,03	6,04	-3,65	0,001	1,33
2	2,56	6,04	0,42	0,676	1,33
Temperatura					
25	38,72	6,04	6,41	0,000	1,33
80	1,97	6,04	0,33	0,747	1,33
Material*Temperatura					

1 25	12,11	8,54	1,42	0,168	1,78
1 80	-27,64	8,54	-3,24	0,003	1,78
2 25	8,03	8,54	0,94	0,356	1,78
2 80	9,53	8,54	1,12	0,275	1,78

Ecuación de regresión

Resultados = 105,94 - 22,03 Material_1
+ 2,56 Material_2
+ 19,47 Material_3
+ 38,72 Temperatura_25
+ 1,97 Temperatura_80
- 40,69 Temperatura_135
+ 12,11 Material*Temperatura_1 25
- 27,64 Material*Temperatura_1 80
+ 15,53 Material*Temperatura_1 135
+ 8,03 Material*Temperatura_2 25
+ 9,53 Material*Temperatura_2 80
- 17,56 Material*Temperatura_2 135
- 20,14 Material*Temperatura_3 25
+ 18,11 Material*Temperatura_3 80
+ 2,03 Material*Temperatura_3 135

Ajustes y diagnósticos para observaciones poco comunes

Obs	Resultados	Ajuste	Resid	Resid est.	
19	74,0	134,8	-60,8	-2,74	R
28	180,0	134,8	45,3	2,04	R

Residuo grande R

Fuente. Autor, 2014

De acuerdo con los resultados mostrados en “Análisis de varianza” el valor de “Valor p” es menor a 0,05 y eso quiere decir que, si hay significancia, es decir, que el material influye (depende) en la vida útil de la batería.

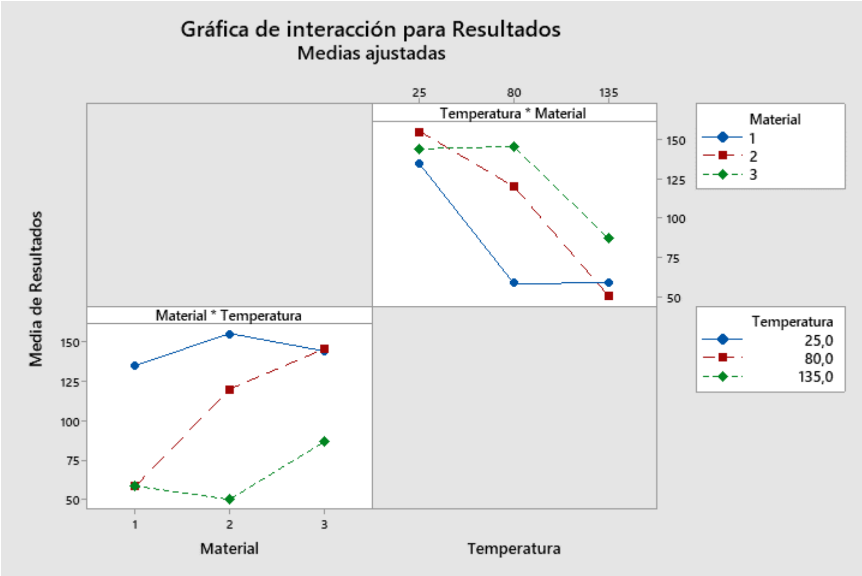


Figura 19**.** Comportamiento de las variables: Autor, 2024

De acuerdo con los resultados mostrados en la imagen anterior, el material 2 y la temperatura de 25 son óptimos para el tratamiento, y de acuerdo al valor p de 0,002 que, si hay significancia, se acepta la hipótesis alternativa y se rechaza la hipótesis nula

Esta investigación contribuye significativamente al campo de la metodología experimental, señalando la implementación real y la comparación de dos enfoques clave: el diseño factorial y el diseño de cuadrados latinos. El diseño factorial y los cuadrados latinos han sido métodos conocidos, pero tienen aplicaciones y beneficios específicos, que hemos investigado extensamente, proporcionando un análisis comparativo que iluminará su utilidad en diversos contextos experimentales.

Innovación en la aplicación del diseño factorial

El diseño factorial, reconocido por su capacidad para estudiar simultáneamente múltiples variables independientes y sus interacciones, ha sido evaluado en su aplicación en estudios complejos. Nuestra investigación ha subrayado cómo este enfoque permite una eficiencia superior al examinar varias combinaciones de variables en un solo experimento. Esto se traduce en una visión más integral de los factores que influyen en el fenómeno estudiado, proporcionando una base sólida para futuras investigaciones que buscan explorar relaciones multifactoriales en contextos científicos variados.

Precisión en la mitigación del sesgo experimental con el diseño de cuadrados latinos

El diseño de cuadrados latinos ha sido examinado por su capacidad para maximizar el error experimental, particularmente en estudios agrícolas y ciencias naturales. Nuestra contribución se centra en cómo este diseño estructura equitativamente las variables ocultas, reduciendo así la varianza experimental y mejorando la precisión de las conclusiones. Este enfoque es crucial para estudios donde la uniformidad experimental es esencial, y nuestra investigación aporta una metodología detallada para su implementación efectiva.

Análisis comparativo de diseños experimentales

Una de las ventajas más importantes de nuestro artículo es la comparación de diseño factorial y cuadrados latinos esto es abordado con mayor detalle en secciones posteriores. Por este motivo, se puede decir que podríamos ayudar a los que trabajan en investigación cuando seleccionan a qué tema se refiere este factor mientras están escribiendo documentos técnicos o informes. Hemos demostrado que mientras el diseño factorial es robusto para estudios con múltiples variables independientes, el diseño de cuadrados latinos es preferido para controlar estrictamente las variables de confusión.

Desarrollo de modelos estadísticos para la estimación precisa de parámetros

En nuestra investigación, el desarrollo y la aplicación de modelos estadísticos, como ANOVA y Modelos Lineales Generalizados (GLM), han sido centrales. Mediante estos modelos, se hace posible la estimación y comparación precisas de los efectos del tratamiento, al tiempo que se controla la variabilidad inexplicable y se mejora la solidez de los resultados. Nuestro estudio detalla la formulación y aplicación de estos modelos, ofreciendo un recurso valioso para futuros estudios experimentales.

REFERENCIAS

Álvarez, Á. J. (2010). Estadística empresarial: (ed.). Firmas Press. Recuperado de: https://elibro.net/es/ereader/espoch/36390?page=24

ANDERSON, D. R.; MCLEAN, R. A. Design of Experiments: Statistical Principles. New York: Wiley, 1974.

BALTAR, Fabiola y GORJUP, María Tatiana. "Online mixted sampling: An application in hidden populations". Intangible Capital [en línea], 2012, vol. 8 (1), pp. 131-132. [consulta: 20 julio 2024]. ISSN 1697-9818. https://doi.org/10.3926/ic.294.

CHANG, G. DBCA - Genially. 2022. https://view.genially.com/6318aac2f2c58300180740cd/horizontal-infographic-diagrams-dbca

COCHRAN , W. G., & Cox, G. M. (1957). *Experimental Designs*. Wiley.

Coronado Padilla, J. M. (2022). ESCALAS DE MEDICIÓN. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4942056.pdf

CRESPO BLANCO, Cristina Martín y SALAMANCA CASTRO, Ana Belén. "EL MUESTREO EN LA INVESTIGACIÓN CUALITATIVA". Nure Investigación [en línea], 2007, (27), p. 2. [consulta: 20 julio 2024]. Disponible en: https://www.nureinvestigacion.es/OJS/index.php/nure/article/view/340/330.

DAGNINO, Jorge, et al. Análisis de varianza. Revista chilena de anestesia, 2014, vol 43, no 4, p. 306-310. https://revistachilenadeanestesia.cl/PII/revchilanestv43n04.07.pdf

DISEÑO DBCA 1. (n.d.). Scribd. https://es.scribd.com/presentation/413438472/Diseno-DBCA-1-pptx

DISEÑO DE BLOQUES COMPLETAMENTE ALEATORIO (DBCA). (n.d.). SlideShare. https://www.slideshare.net/slideshow/diseo-de-bloques-completamente-aleatorio-dbca-7/27099921

DISEÑO DE BLOQUES COMPLETOS AL AZAR (DBCA). (n.d.). Prezi. https://prezi.com/p/celse9s-q7z0/diseno-de-bloques-completos-al-azar-dbca/

DISEÑO EXPERIMENTAL EN EL DESARROLLO DEL CONOCIMIENTO CIENTÍFICO DE LAS CIENCIAS AGROPECUARIAS. 2019. http://cimogsys.espoch.edu.ec/direccion-publicaciones/public/docs/books/2019-09-17-214206-dise%C3%B1o%20experimental%20en%20el%20desarrollo%20del%20conocimiento%20cient%C3%ADfico%20de%20las%20ciencias%20agropecuarias-comprimido.pdf

DUNCAN, D. B. (1955). Multiple Range and Multiple F Tests. Biometrics, 11(1), 1-42.

FIELD, A. Discovering Statistics Using IBM SPSS Statistics. London: Sage Publications, 2013.

GARCÍA JIMÉNEZ, María Visitación y CÁCERES SERRANO, Pablo Ándres. "Diseños experimentales de series temporales". UNED - Universidad Nacional de Educación a Distancia [en línea]. 2007, p. 70. [consulta: 19 julio 2024]. ISBN 9788436268447. https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=571083.

Giani, C. (2022). Variables cualitativas nominales y ordinales. https://www.ejemplos.co/variables-cualitativas-nominales/.

Guerra Bustillo, C. W. (2003). Estadística: (ed.). Ciudad de la Habana, Cuba: Editorial Félix Varela. https://elibro.net/es/ereader/espoch/71785?page=11.

HERNÁNDEZ ÁVILA, Carlos Enrique y CARPIO ESCOBAR, Natalia Adelina. "Introducción a los tipos de muestreo". ALERTA Revista Científica del Instituto Nacional de Salud [en línea], 2019, vol. 2 (1), pp. 76-78. [consulta: 19 julio 2024]. ISSN 2617-5274. https://doi.org/10.5377/alerta.v2i1.7535.

HOCHBERG, Y. (1988). A Sharper Bonferroni Procedure for Multiple Tests of Significance. Biometrika, 75(4), 800-802.

HSU, J. C. (1996). Multiple Comparisons: Theory and Methods. Wiley Series in Probability and Statistics. New York: Wiley.

INEC, 2022. ¿Qué es un censo de población? Uba, no. February, DOI 10.13140/RG.2.2.19452.00645

KUEHL, R. O. (2000). Designs for Experiments: Statistical Principles. New York: Wiley.

KUEHL, R. O. Designs for Experiments: Statistical Principles. New York: Wiley, 2000.

LOAYZA CUEVA, Gisella María. AJUSTES Y RECLASIFICACIONES DE MERCADERÍAS QUE SE VENDIERON EN DICIEMBRE Y SE REGISTRARON EN ENERO DEL AÑO SIGUIENTE. [en línea]. (Trabajo de titulación) (Ingeniería). Universidad Técnica de Machala. Machala-Ecuador. 2017. p. 8. [consulta: 20 julio 2024]. https://repositorio.utmachala.edu.ec/bitstream/48000/11027/1/ECUACE-2017-CA-DE00618.pdf.

Martínez, E. (2020). Estadística: (ed.). Universidad Abierta para Adultos (UAPA). https://elibro.net/es/ereader/espoch/175596?prev=as&as_all=estadistica&as_all_op=unaccent__icontains&as_title_type=BOOK&as_title_type_op=in

MELO MARTÍNEZ, Oscar Orlando, LÓPEZ PÉREZ, Luis Alberto y MELO MARTÍNEZ, Sandra Esperanza. Diseño de Experimentos [Métodos y Aplicaciones]. [en línea]. Bogotá-Colombia: Universidad Nacional de Colombia, 2020. [consulta: 18 julio 2024]. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/79912.

MENDIBURU, F. Diseño experimental en el desarrollo del conocimiento científico de las ciencias agropecuarias. 2019. http://cimogsys.espoch.edu.ec/direccion-publicaciones/public/docs/books/2019-09-17-214206-dise%C3%B1o%20experimental%20en%20el%20desarrollo%20del%20conocimiento%20cient%C3%ADfico%20de%20las%20ciencias%20agropecuarias-comprimido.pdf

MONTGOMERY, D. C. (2017). Design and analysis of Experiments. Wiley ISBN: 978-1119113478.

MONTGOMERY, Douglas. Design and analysis of experiments. [en línea]. 9a ed. Arizona: Unites States: Arizona State University, 2017. [consulta: 18 julio 2024]. https://www.researchgate.net/publication/362079778_Design_and_Analysis_of_Experiments_9th_Edition.

MONTOYA MÁRQUEZ, José Alberto, SÁNCHEZ ESTUDILLO, Leticia y TORRES HERNÁNDEZ, Pablo. "Diseños experimentales ¿qué son y cómo se utilizan en las ciencias acuáticas?" Ciencia

y Mar [en línea], 2011, (México), vol. 15 (43), p. 64. [consulta: 19 julio 2024]. https://biblat.unam.mx/hevila/Cienciaymar/2011/no43/7.pdf.
MUGUIRA, Andrés. ¿Qué es el muestreo consecutivo?. [blog]. Questionpro, 2024. [consulta: 19 julio 2024]. https://www.questionpro.com/blog/es/que-es-el-muestreo-consecutivo/#:~:text=En%20la%20t%C3%A9cnica%20de%20muestreo%20consecutivo%2C%20el%20investigador,depende%20completamente%20de%20la%20naturaleza%20de%20la%20investigaci%C3%B3n.
Ochoa Sangrador C, Molina Arias M. (2018). Estadística. Tipos de variables. Escalas de medida. https://evidenciasenpediatria.es/articulo/7307/estadistica-tipos-de-variables-escalas-de-medida
OTZEN, Tamara y MANTEROLA, Carlos. "Técnicas de Muestreo sobre una Población a Estudio". International Journal of Morphology [en línea], 2017, (Chile), vol. 35 (1), p. 230. ISSN 0717-9502. http://dx.doi.org/10.4067/S0717-95022017000100037.
PARDO, Antonio, et al. la interacción entre factores en el análisis de varianza: errors de interpretaciòn. Psicothema, 2012, vol. 19, no 2, p. 343-349 https://www.redalyc.org/pdf/727/72719224.pdf
PORRAS VELÁZQUEZ, Alberto. "Tipos de muestreo". Centro Público de Investigación CONACYT [en línea], 2017, (México), pp. 5-6. [consulta: 19 julio 2024]. https://centrogeo.repositorioinstitucional.mx/jspui/bitstream/1012/163/1/19-Tipos%20de%20Muestreo%20-%20%20Diplomado%20en%20An%C3%A1lisis%20de%20Informaci%C3%B3n%20Geoespacial.pdf.
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA. Muestreo estratificado. [blog]. Academia Balderix, 2021. [consulta: 19 julio 2024]. https://www.probabilidadyestadistica.net/muestreo-estratificado/.
Quintela del Rio, A. (2019). Estadística Básica Edulcorada. https://bookdown.org/aquintela/EBE/
RESTREPO BETANCUR, Luis Fernando. Tipos de sumas de cuadrados en el análisis de la varianza. 2007. https://bibliotecadigital.udea.edu.co/handle/10495/7787
ROBLEDO MARTÍN, Juana. "Diseños de muestreo (II)". Nure Investigación [en línea], 2005, (12), p. 5. ISSN-e 1697-218X. [consulta: 19 julio 2024]. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7816101.
SALGADO VEGA, María del Carmen. MUESTRA PROBABILÍSTICA Y NO PROBABILÍSTICA. [en línea]. (Trabajo de Titulación) (Ingeniería). UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO. Ciudad de México: México. 2019. p. 33. [consulta: 19 julio 2024]. http://ri.uaemex.mx/bitstream/handle/20.500.11799/108928/secme-10911_1.pdf?sequence=1.
STEWART, Lauren. Método de muestreo de bola de nieve en la investigación. [blog]. ATLAS.ti, 2024. [consulta: 19 julio 2024]. https://atlasti.com/es/research-hub/snowball-sampling

El diseño experimental y la estadística actualmente son herramientas indispensables en el ámbito de la investigación sea en las ciencias de la vida, ciencias exactas, ingeniería, entre otras. Estos métodos a más de facilitar el ordenamiento de información, prevén mecanismos para realizar inferencias más confiables mediante la recopilación de datos in situ o por revisión bibliográfica, haciendo que se pueda entender de una manera adecuada el mundo que nos rodea. Uno de los inconvenientes detectados en el entorno de enseñanza-aprendizaje de esta rama de las ciencias exactas son el desconocimiento o la confusión de algunos conceptos fundamentales al momento de plantear un problema y su posterior análisis, haciendo que la interpretación sea considerada compleja. Por tanto, el objetivo de este libro es conceptualizar lo más relevantes en la materia de estadística y diseño experimental, de tal forma que el lector pueda interpretar de una manera clara y coherente los fundamentos de la estadística y a aplicación del diseño experimental en su formación y la formulación de temas de investigación.

ISBN: 978-959-207-775-1

9 789592 077751

Ediciones UO